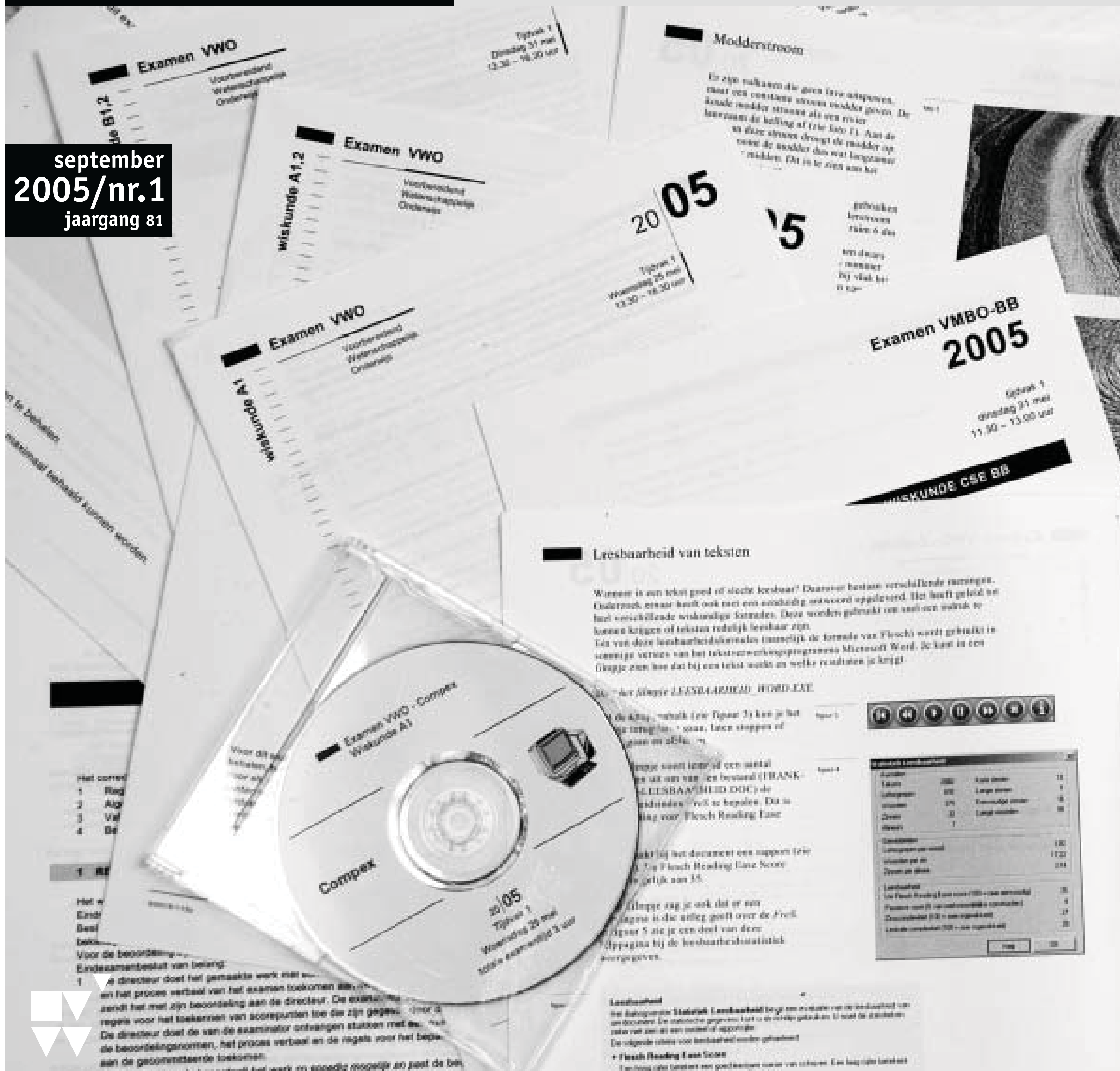
EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

EXAMENS
JAARVERGADERING
STUDIEDAG

september
2005/nr.1
jaargang 81



Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

ISSN 0165-0394

Inzending bijdragen

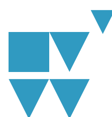
Artikelen/mededelingen naar de hoofdredacteur:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren, op papier in drievoud.
Illustraties, foto´s en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen:
www.nvvw.nl/euclricht.html

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

www.nvvw.nl



Voorzitter:
Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: m.kollenveld@nvvw.nl

Secretaris:
Wim Kuipers,
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: w.kuipers@nvvw.nl

Ledenadministratie:
Elly van Bemmel-Hendriks,
De Schalm 19 , 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
productie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie per verenigingsjaar

Het lidmaatschap is inclusief Euclides.
Leden: € 46,50
Studentleden: € 26,50
Gepensioneerden: € 31,50
Leden van de VVWL: € 31,50
Lidmaatschap zonder Euclides: € 31,50
Bijdrage WwF: € 2,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Niet-leden: € 50,00
Instituten en scholen: € 130,00
Losse nummers, op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
Gert de Kleuver
De Splitting 24, 3901 KR Veenendaal
e-mail: g.de.kleuver@wanadoo.nl
tel. 0318-542243

Indien afwezig:
Freek Mahieu
Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel
e-mail: freek.mahieu@hetnet.nl
tel. 0411-673468

1

september 2005 JAARGANG 81

INHOUD

Foto voorpagina: TrudiSigned, Krimpen

Van de redactietafel

[Marja Bos]

Examennummer

Ook deze jaargang wijden we het eerste nummer van Euclides bijna in z'n geheel aan de recente examens wiskunde, van vmbo-BB tot en met vwo-B12.
Zo is er de uitgebreide verslaglegging van de examenmakers van het Cito: hoe verliep het uiteindelijk met 'hun' wiskunde-examens?
Marianne Lambriex vat alle verslagen samen die binnenkwamen van de regionale examenbesprekingen van de NVvW.
Het examen vmbo-TL/GL (theoretische en gemengde leerweg) krijgt in dit nummer extra aandacht: docent Rob Kronenberg kijkt terug op het afgelopen examenjaar en geeft zijn persoonlijke indruk naar aanleiding van de ervaringen die hij had met zijn eigen examenkandidaten.
Hoe zagen de examens er 40 jaar geleden uit? Martinus van Hoorn laat ons in zijn rubriek een paar oude vhmo-examenopgaven zien.
En dan de nabije toekomst.
Afgelopen jaar vond een pilot plaats van een volledig computerexamen zoals dat vanaf 2007 afgenomen zal worden bij álle examenkandidaten vmbo-basisberoepsgericht. In dit nummer vindt u reacties van docenten die aan deze pilot deelnamen.
Tot slot legt Harm Boertien uit, waarom het nog niet zo eenvoudig is (en wellicht zelfs riskant) om een volgende keer de algebra wat zwaarder aan te zetten in de havo-B-examens, die dit jaar door velen immers te licht bevonden werden.

Diploma-uitreiking

Naar aanleiding van zo'n examennummer gaan de gedachten van sommigen van u vast weer terug naar de diploma-uitreiking van een paar maand geleden. Een feestelijk moment, jazeker, maar niet alleen dat. Althans: zelf merk ik dat ik me tijdens die bijeenkomsten altijd weer laat overvallen door allerlei emoties. Onherroepelijk maken gevoelens van ontroering me meester bij de overstap van 'mijn' leerlingen naar een volgende fase; daarnaast word ik een tikje weemoedig van het afscheid. Je hebt ze een aantal jaren bijna dagelijks meegemaakt – samen hard gewerkt, gelachen en plezier gehad, soms heb je wat gefoeterd, een enkel conflictje uitgevochten, geluisterd naar vrolijke en verdrietige verhalen over thuis, geprobeerd mee te denken met hun kleine maar soms ook levensgrote problemen – en dan ineens: de examens, de diploma-uitreiking, en je bent ze kwijt…
Zo gaat het – en dat is ook goed. Maar toch. Heeft u dat nou ook?
En dan: een nieuw cursusjaar, nieuwe groepen, nieuwe leerlingen om te leren kennen – werk aan de winkel. Er is méér dan alleen de eindtermen…

En verder

Een nieuwe jaargang, een nieuwe kleur. Hopelijk bevalt-ie! (Niet alleen de kleur, maar ook de inhoud…)
Uiteraard zijn reacties op Euclides altijd zeer welkom. Stuur uw op- en aanmerkingen, vragen, suggesties en bijdragen naar redactie-euclides@nvvw.nl; dat maakt het voor ons wat eenvoudiger om een lezenswaardig blad te maken.
Het thema van de wiskunderubriek van redacteur Rob Bosch is dit jaar *(Wis)Kundig Kiezen*, over de wiskunde achter verkiezingen en andere keuzeprocessen.
Bert Zwaneveld levert deze jaargang weer een aantal bijdragen in het kader van zijn rubriek 'Over wiskundeonderwijs; innovatie en consolidatie'.
Frits Göbel zal ongetwijfeld ook dit jaar veel lezers plezieren met de fraaie puzzels en problemen die hij aandraagt in zijn Recreatierubriek. Lang niet iedere puzzelaar stuurt z'n oplossingen overigens in – en dat, terwijl er toch aardige boekenbonnen te winnen zijn! Dus…

Studiedag 'Wiskunde, een vak apart?'

Op 5 november a.s. vindt de jaarlijkse studiedag/jaarvergadering van de NVvW plaats. Meer informatie over het programma vindt u vanaf bladzijde 41.

Examen VWO - Compex

20 | 05

wiskunde

Tijdvak 1
Woensdag 25 mei 2005
Totale examentijd: 3 uur

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs



WISKUNDE-EXAMENS 2005, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf over een specifiek wiskunde-examen treft u de naam van de betreffende medewerker aan. De examens zijn te downloaden via www.citogroep.nl.

[Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Gerard Stroomer]

Woord vooraf

In dit overzichtsartikel treft u de gebundelde bijdragen aan van de verschillende Citomedewerkers. De bijdragen over de diverse wiskunde-examens worden voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin onder andere een overzicht van de diverse bij de eerste tijdvakken wiskunde-examens 2005 uiteindelijk vastgestelde N-termen (zie pagina 17 voor de tabellen).
Voor meer details over de totstandkoming van de centrale examens wiskunde verwijzen we naar het artikel 'Examenconstructie, een langdurig en zorgvuldig proces' van Ameling Algra en Ger Limpens, gepubliceerd in Euclides 80(1), pp. 2-5.

Dank

Ook dit jaar gaat, om te beginnen, onze dank uit naar al die collega's die ons – door middel van de versnelde correctie – in staat stellen na afloop van de examens een goede indruk te krijgen van de wijze waarop de verschillende populaties hun examens gemaakt hebben. Ook de collega's die in de altijd hectische examenperiode de moeite genomen hebben de regionale examenbesprekingen te bezoeken, zijn we dank verschuldigd. Want ook dit jaar waren weer diverse collega's bereid deze bijeenkomsten te bezoeken ondanks het feit dat de verslagen van deze besprekingen later op internet beschikbaar zijn. Deze besprekingen geven ons als examenmakers zinvolle informatie waarmee we bij de vervaardiging van nieuwe examens rekening kunnen houden. Het is dan ook te hopen dat de NVvW deze bijeenkomsten zal blijven organiseren, ook al maken steeds meer docenten gebruik van de discussiepagina's op de site van de NVvW als het bijvoorbeeld gaat om eventuele discussiepunten rond de correctie van niet in de antwoordmodellen opgenomen antwoordvarianten. Overigens geven ook deze pagina's ons, examenmakers, een leerzame kijk op de verschillende visies van collega's in het land.

Aantallen leerlingen bij de verschillende examens

In tabel 1 [Leerlingenaantallen 2005] treft u de verschillende deelnemersaantallen bij de examens 2005 aan. In deze aantallen zit een zekere onnauwkeurigheid. Het feitelijk aantal kandidaten ligt gemiddeld genomen enkele procenten lager dan het opgegeven aantal, omdat scholen een zekere veiligheidsmarge in hun bestellingen inbouwen. Behalve de in de tabel genoemde examens zijn er bij vwo-A ook dit jaar weer de IMEX-examens wiskunde afgenomen. Verderop in dit artikel treft u daarover extra informatie aan.

N-termen en p'-waarden

In tabel 2 [Verzamelde N-termen 2005] vindt u de diverse N-termen zoals ze dit jaar zijn vastgesteld. De in de tabel opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. De p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score uit in een percentage van de maximale score van die vraag.

VMBO-BB

[Anita de Bruijn]

Naast het reguliere centraal schriftelijk examen is voor wiskunde het BB-examen ook digitaal afgenomen. (*Zie ook blz. 32*; red.) Dit gebeurde in een pilot waaraan 11 scholen deelnamen. Het afnemen van het examen voor wiskunde was een onderdeel van een groter geheel. Reden om de bespreking hiervan hier achterwege te laten.
Over het niveau van het BB-examen zijn dit jaar vanuit het veld nogal wat reacties binnen gekomen. Het examen zou te moeilijk zijn en niet in verhouding staan tot de voorgaande jaren. Reden om de examenresultaten eens nader te bestuderen.
Met behulp van de p'-waarden uit tabel 3 [VMBO BB 2005] kan berekend worden dat de gemiddelde score van dit examen op 32,7 punten uitkomt. Op een totaal van 65 punten levert dit, bij een N-term van 1,8, een gemiddeld cijfer op van 6,3. Daarmee bleek 30% van de kandidaten geen voldoende te scoren. Voor een vergelijking met andere jaren zie tabel 4 [VMBO BB vanaf 2001].
De eerste opgave *Vakantiebaantje* ging over geld verdienen voor een DVD-recorder. Deze opgave is door de kandidaten als beste gemaakt. Gemiddeld haalden de kandidaten 63% van de maximale score van 9 punten.
De opgave *Voetbalveld* was een opgave uit het domein meetkunde. De eerste vraag van deze context was voor de kandidaten goed te doen. De derde vraag van deze context waarbij de kandidaten het totale vermogen in kilowatt moesten berekenen, was zelfs voor de betere kandidaten geen gemakkelijke opgave. In één vraag zowel het totale vermogen laten berekenen als het verkregen antwoord om laten zetten van Watt naar kiloWatt is net teveel voor de gemiddelde BB-kandidaat. De laatste vraag van deze context, waarbij aangetoond moest worden dat de schaal van de tekening 1:1500 was, laat een heel opvallend beeld zien. Voor de 20% van de kandidaten met de hoogste scores op het hele examen was deze opgave goed te doen. Zij hadden een gemiddelde score van 3 punten bij een totaalscore van 4. De overige 80% van de kandidaten kwam niet verder dan een gemiddelde score van 0,87.
Bij vraag 12 van de opgave *Mobiele telefoon* (zie figuur 1) moesten de kandidaten met behulp van terugrekenen bepalen hoeveel minuten nog gebeld kon worden met een gegeven bedrag. Ze moesten rekening houden met een tariefwisseling na 19.00 uur. De kandidaten hadden hier meer problemen mee dan de examenmakers vooraf voorzien hadden. Bij vraag 13 moesten de kandidaten een kortingspercentage uitrekenen. Dit blijft voor het overgrote deel van de kandidaten een lastig te nemen hindernis.

De opgave *Draaimolen* is door de kandidaten het slechtst gemaakt. Dit lag vooral aan vraag 16 (zie figuur 2). Bij deze vraag, die samen met vraag 20 de moeilijkste was van het hele examen, moesten de kandidaten aantonen dat de oppervlakte van een vloer 57,7 m2 was. Geheel volgens de regels van het examenprogramma is de formule van de oppervlakte van een driehoek bij deze vraag niet gegeven. De reacties uit het veld betreffende dit punt waren dan ook niet terecht. Bij vraag 20 van *Diskman* moesten de kandidaten inzien dat de tijd die men kan luisteren zonder dat er gehoorbeschadiging optreedt, halveert als de geluidssterkte met 3 deciBel stijgt. Ondanks het feit dat deze opgave een van de moeilijkste was van het examen werd toch nog door 11% van alle kandidaten uit de steekproef de maximale score van 2 punten behaald. Deze vraag achteraf bekijkend was een tip om de kandidaten in de goede richting te zetten hier minstens op zijn plaats geweest.
Bij de allerlaatste vraag van de opgave *Madurodam* moesten de kandidaten een keuze maken uit twee mogelijke manieren om koffers uit een plaat te snijden. Dit leverde net als bij vraag 12 meer problemen op dan aanvankelijk verwacht.
Samengevat kunnen we stellen dat dit examen meer inzicht van de kandidaten gevraagd heeft dan de afgelopen twee jaren. De 20% van de kandidaten met de laagste scores voor het gehele examen kwam niet verder dan een gemiddelde score van 18,3 punten. Voor hen pakte de ingezette koerswijziging minder goed uit. De betere kandidaten met een gemiddelde score van 48,0 konden er duidelijk beter mee uit de voeten.

VMBO-KB/GL/TL

[Petra Boon]

De dag na het examen stond in een landelijke krant een artikel met de kop: 'VMBO'ers geschrokken van wiskunde-examen'. In datzelfde artikel kon men ook lezen dat sommige kandidaten het 'een eitje' vonden en docenten een leuk examen. Een groot contrast. Bij het analyseren van de resultaten zijn deze uitspraken te verklaren.
Voor het overzicht van de afgelopen drie jaren zie tabel 5 [VMBO GL/TL/KB vanaf 2003].
Door de correctie kwam de N-term bij KB op 1,6 te liggen met een gemiddelde van 6,5 en een percentage onvoldoendes van 25. Bij GL/TL zijn dat respectievelijk 1,4; 6,5 en 23. De correctie had te maken met de tweede vraag bij de opgave *Zandbak*. Het woord 'opvullen' in combinatie met de inleidende tekst had voor teveel problemen gezorgd. De kandidaten kregen door deze correctie de maximale score bij deze vraag. Voor 39% van de KB-kandidaten en voor 53% van de GL/TL-kandidaten betekende dit zelfs extra punten omdat ze al één of meer punten bij deze vraag gescoord hadden.
De docenten waren tevreden over het niveauverschil tussen de KB-examens en de GL/TL-examens. De overlapvragen scoorden bij KB een p′-waarde van 48,8 tegenover een p′-waarde van 63,1 bij GL/TL. Bij bovenstaande N-termen zou een GL/TL-kandidaat met een gemiddeld cijfer (6,2) een geschat cijfer op het KB-examen hebben gehaald dat 2 hoger zou liggen.
Laten we voor verschillende situaties eens de p′-waarden voor de kandidaten met de laagste scores vergelijken met de p′-waarden van de kandidaten met de hoogste scores. Bij het KB-examen scoorden de 20% kandidaten met de laagste scores voor het gehele examen een gemiddelde p′-waarde van 30, tegenover een p′-waarde van 77,9 bij de 20% kandidaten met de hoogste scores. Bij GL/TL was dit 32,8 tegen over 78,7. De kandidaten met de laagste scores hadden duidelijk teveel moeite met deze examens.
Voor een overzicht van de p′-waarden van de diverse vragen zie tabel 6 [GL/TL 2005 + overlap KB] en tabel 7 [KB 2005].
Bij KB was *Vaantjes* de gemakkelijkste context met een p′-waarde van 78,7; voor de kandidaten met de laagste scores met een p′-waarde van 62,7 een heel herkenbare context en goed te maken. De laatste vraag bij deze context met een p′-waarde van 42 was echter ook nog te moeilijk voor deze kandidaten. Een gegeven woordformule aanpassen aan een nieuwe situatie blijkt erg ingewikkeld (zie figuur 3).
De moeilijkste context was duidelijk *Oliepijpleiding,* met een p′-waarde van slechts 41. Voor de kandidaten met de laagste scores met een p′-waarde van 16,3 echt een te hoge drempel maar voor de kandidaten met de hoogste scores met een p′-waarde van 69,2 een goede context.
Bij GL/TL was de gemakkelijkste context *London Eye* met een p′-waarde van 76,7. De moeilijkste was *Dobbelstenen stapelen* met een p′-waarde van 41,8. De kandidaten met de laagste scores scoorden bij *London Eye* een p′-waarde van 59,7 en bij *Dobbelstenen stapelen* een p′-waarde van 19,2. Bij de kandidaten met de hoogste scores was dat respectievelijk 88,8 en 68,3.
Voor zowel KB als GL/TL blijkt de eenvoudigste context een algebracontext en de moeilijkste een meetkundecontext. Vermoedelijk is dit voor niemand van de direct bij deze doelgroep betrokken docenten een verrassing. Bij beide examens was er veel commentaar op de context *Groei* (zie figuur 4). Als de kandidaat bij de eerste vraag de formule verkeerd gebruikte, ging dat bij de volgende twee vragen ook fout. Volgens diverse docenten was het beter geweest om bij de eerste vraag een gegeven lengte te laten controleren. Ook de notatie was volgens sommigen een probleem. De rekenmachine hanteert haakjes en dat was, zo vond men, een betere notatie geweest. In de tweede tijdvakken van 2004 werd echter dezelfde notatie zonder haakjes gebruikt. Voor de kandidaten met de laagste scores was deze context in beide examens te moeilijk, maar voor de kandidaten met de hoogste scores met een p′-waarde van 77 bij beide examens zeker niet

FIGUUR 1 VMBO-BB

MOBIELE TELEFOON

Nadine heeft een mobiele telefoon.
Ze maakt gebruik van Tele2 Mobiel.
In de onderstaande tabel staan de bijbehorende tarieven.

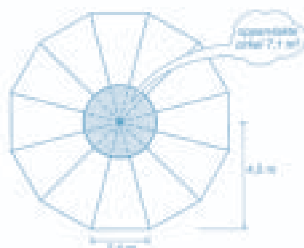
aanbieder & pakketnaam	starttarief per gesprek	belkosten per minuut	
		piek	dal
Tele2 Mobiel	€ 0,05	€ 0,39	€ 0,15

piek: maandag t/m vrijdag 08.00 uur – 19.00 uur
dal: maandag t/m vrijdag 19.00 uur – 08.00 uur + weekend

1p ○ 10 → Hoeveel cent is volgens de tabel het verschil in de **belkosten** per minuut tussen het piek- en het daltarief?
Schrijf hieronder je antwoord op.

4p ○ 12 Op woensdag belt Nadine om 18.45 uur haar vriendin Natasja weer op.
Ze kan nog voor € 6,65 bellen.
→ Bereken hoeveel minuten Nadine vanaf 18.45 uur met Natasja kan bellen.
Schrijf hieronder je berekening op.

Door veelvuldig gebruik is de vloer van de draaimolen (het witte gebied) glad geworden.
De eigenaar van de draaimolen laat de vloer met een nieuwe anti-sliplaag bekleden.
Om deze anti-sliplaag te kunnen bestellen, moet hij weten hoe groot de oppervlakte van de vloer is.



4p ○ 16 In de tekening hierboven zijn enkele maten van de vloer aangegeven.
Op de plaats van de middenpilaar komt geen anti-sliplaag.
→ Laat hieronder met een berekening zien dat de oppervlakte van het witte gebied 57,7 m² is.

VAANTJES



Als herinnering aan de jaarlijkse sportdag van de school krijgt elke deelnemer een vaantje met daarop het jaartal van de sportdag.
De vaantjes worden bij de winkel 'Het Medaillehuis' besteld.
De totale prijs die de school moet betalen bestaat uit verzendkosten en een bedrag per vaantje.

Met de woordformule hieronder berekent 'Het Medaillehuis' de totale prijs.

totale prijs = 5 + 0,7 x aantal vaantjes

Hierin is de totale prijs in euro.

FIGUUR 2 VMBO-BB Uit: Draaimolen

- ondanks vraag 21 bij het GL/TL-examen, waarin naar de woordformule bij een wortelfunctie werd gevraagd. Dit laatste was nog nooit op deze manier in een examen gevraagd maar hoort wel bij de eindtermen. Meer dan de helft van de kandidaten scoorde hier toch één of meer punten. De docenten waren over het algemeen tevreden over de originaliteit van de vragen.
Ook was er veel ophef over vraag 16 van *Dobbelstenen stapelen* bij de GL/TL-examens. De vraag over een model betrof een lastig onderwerp en vroeg veel tijd. De kandidaten met de hoogste scores scoorden bij deze vraag een p′-waarde van 71. Slechts 24% van alle kandidaten scoorde helemaal geen punten voor deze vraag. Zelfs de kandidaten met de laagste scores scoorden voor deze vraag nog gemiddeld 1,3 punten.
Het was inderdaad een moeilijk examen voor de zwakke kandidaten maar goed te maken voor de goede kandidaten. Het examen had ook voor de goede kandidaten voldoende uitdaging.

HAVO-A12

[Kees Lagerwaard]

Het examen werd goed ontvangen. Het aantal klachten bij het LAKS bleef ruim onder de duizend, er was bij de examenbesprekingen vrij weinig kritiek en ook de discussie op de site van de Vereniging liep niet echt hoog op. Nochtans vielen de scores van de leerlingen in de steekproef niet mee; zie tabel 8 [HAVO A12 2005]. Laten we een rondje maken door het examen.
De startopgave *Er zijn nog drie wachtenden voor u...* pakte goed uit. Voor vraag 1 haalde 90% van de leerlingen alle 3 punten. Ook de vragen 2 en 3 deden het goed met p′-waarden 80 en 83. Dit jaar had de CEVO ervoor gekozen dit examen bij wijze van experiment in een groter lettertype (11 in plaats van de gebruikelijke 10-puntsletter) uit te voeren om te zien of dit dyslectische en visueel-beperkte leerlingen zou helpen. Daarom werd tabel 1 ook in een grotere letter op een aparte bijlage verstrekt. Ook volgend jaar zal het examen havo-A12 in die grotere letter worden gezet, ondanks het feit dat het velen totaal niet is opgevallen dat er met de lay-out iets bijzonders aan de hand was.
De opgave *Geld uit de muur* begon met een paar vragen die goed te doen waren. Vraag 9 werd niet goed gemaakt: p′ = 29. Maar liefst 58% van de leerlingen haalde geen enkel punt. Er werd door sommigen betwijfeld of het vragen naar een onbekende standaardafwijking bij een normale verdeling wel toegestaan zou zijn. Een dergelijke vraag is ook al eens gesteld in het tweede tijdvak van 2003. En ook in het voorbeeldexamen dat was opgenomen in de syllabus die de CEVO bij de introductie van wiskunde havo-A12 uitbracht, kwam een vraag naar een onbekende standaardafwijking voor. Het feit dat die syllabus een officiële

toelichting van het officiële eindexamenprogramma is, maakt evident dat de betreffende activiteit legitiem is.
De opgave *DVD-spelers bestellen* was de moeilijkste van het examen. Vraag 12, waarin gevraagd werd uit te leggen hoe een gegeven formule tot stand komt, had een p′-waarde van 21. Volgens velen is dit werken met formules teveel gevraagd van A12-leerlingen. Het opstellen en gebruiken van de afgeleide in vraag 13 lukte wat beter (p′ = 45). Vraag 14 was de moeilijkste van dit examen. Maar liefst 82% van de leerlingen bleef op 0 of 1 punt steken. Het is denkbaar dat sommige leerlingen de vraag anders hebben opgevat dan bedoeld. Waar wij wensten dat leerlingen op zoek zouden gaan naar de allervoordeligste bestelwijze waarbij bestelgroottes 245, 200 en 300 moesten worden vergeleken, kon de vraag ook worden gelezen als een keuze uit slechts twee systemen: óf 245 stuks per keer óf bestellen per 'mooie' vaste periode. Leerlingen die dat zo lazen, konden daardoor 1 of 2 scorepunten mislopen. De CEVO heeft dat met een verhoging van de N-term gecompenseerd.
Kansrekenvragen scoren op examens nooit heel hoog. Dat werd in de opgave *De Notenclub* weer bevestigd (zie figuur 5). Het combinatorisch tellen in vraag 15 ging nog redelijk (p′ = 50), maar de kansen in de vragen 16 en 17 werden slechts door 39 respectievelijk 19% van de leerlingen volledig correct berekend. Tenslotte was er de opgave *De Wet van Moore*. De lineaire extrapolatie in vraag 18 bleek een 'makkie': na vraag 1 was dit de gemakkelijkste vraag van het examen. Exponentiële groei, groeifactoren en toenamepercentages bleken minder eenvoudig. Opvallend was met name de score bij vraag 19. In de twee regels boven de vraag werden de vier benodigde getallen genoemd om een groeifactor per jaar uit te rekenen. 65% van de kandidaten haalde hier geen enkel punt. Slechts 13% deed het helemaal goed. Door de jaren heen wordt er al matig gescoord op vragen over exponentiële groei, maar deze vraag bleek nog aanzienlijk moeilijker dan verwacht.
Er waren dit jaar meer vragen met een heel lage score dan gewoonlijk. Het betreft dan om te beginnen de interpretatievraag 9 en de formulemanipulatievraag 12. Bij de vragen 14 en 17 moet het probleem eerst in kaart worden gebracht: wat zijn de mogelijkheden? Vervolgens moeten die mogelijkheden apart worden doorgerekend en tenslotte moeten de deeluitkomsten bij elkaar worden gebracht. Echt probleemoplossen dus, en dat vraagt aanzienlijk meer van een leerling dan het simpelweg demonstreren van een aangeleerde techniek. Vraag 19 leek ons wel een vraag die het recht-toe-recht-aan uitvoeren van een standaardtechniek verlangde. Misschien zit de complexiteit hier in de techniek zelf.
De CEVO stelde de N-term vast op 1,4. Dat leidde bij de steekproefpopulatie tot een gemiddeld cijfer 6,2, waarbij 26% van de kandidaten een onvoldoende kreeg.

HAVO-B

[Harm Boertien]

Dit jaar vonden docenten dat de havo-examens wiskunde-B1 en -B12 te eenvoudig waren en dat met name de aandacht voor algebra te gering was (*zie ook het artikel van Harm Boertien op pagina 18;* red.) Mede hierdoor wellicht hadden de leerlingen voldoende tijd om het examen te maken. De indrukken uit de regionale examenbesprekingen geven hiervan nadere details. Daarnaast geven de psychometrische resultaten van de examens weer, hoe de leerlingen er feitelijk op scoorden. Zoals te verwachten is, scoorden de B12-kandidaten op overlapopgaven beter dan de B1-kandidaten.
Naast algemene opmerkingen die gemaakt zijn tijdens de regionale examenbesprekingen, zijn er per opgave zo nu en dan ook kanttekeningen te plaatsen. Die komen in de bespreking van de opgaven hieronder aan de orde.

HAVO-B1

De examenbesprekingen zijn samen te vatten in: 'Het examen doet geen recht aan wat leerlingen kunnen, want de vragen zijn te eenvoudig en de wiskunde daarin is te weinig op abstractie en exacte methoden gericht.' In hoeverre wordt deze gedachte door de cijfers ondersteund? In tabel 9 [HAVO B1 2005] staat wat de leerlingen 'ervan terechtbrachten'.
Van 2142 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld:
C&M 12; E&M 82; N&G 2001; N&T 7 (fout ingevuld). Het maximaal aantal scorepunten is 82. De gemiddelde p′-waarde van het hele examen is 59,3; de leerlingen scoorden gemiddeld 48,6 scorepunten. De leerlingen scoorden kortom goed, maar niet heel goed op het examen. Desondanks vonden docenten de opgaven inhoudelijk zeer eenvoudig. De N-term was 0,8. Dat komt overeen met een gemiddeld cijfer 6,1 en 30% onvoldoendes.

Het examen havo-B1 bestond uit twee opgaven over analyse, één over kansrekening en statistiek en twee opgaven deels over statistiek en deels over analyse. De score op de analyse-onderdelen (p'_{gem} = 65) was hoger dan die op kansrekening en statistiek (p'_{gem} = 54).
De eerste opgave, *Modderstroom*, ging over de ligging van stenen op een modderstroom. Deze opgave werd niet moeilijk gevonden en was een goede startopgave: gemiddeld haalden de leerlingen ongeveer 80% van de maximale score (14 punten). De opgave *Alcohol en rijvaardigheid* ging over formules (in de vorm van verhoudingen), een lineaire functie en statistiek (percentages). Leerlingen scoorden goed op de eerste drie vragen en op de laatste vraag heel slecht. In totaal was de score redelijk. De tweede vraag ging over het doorzien van het model. Deze werd goed gemaakt (p′ = 75). Vraag 8, de laatste vraag, ging over het kunnen werken met percentages waarvoor een lineaire

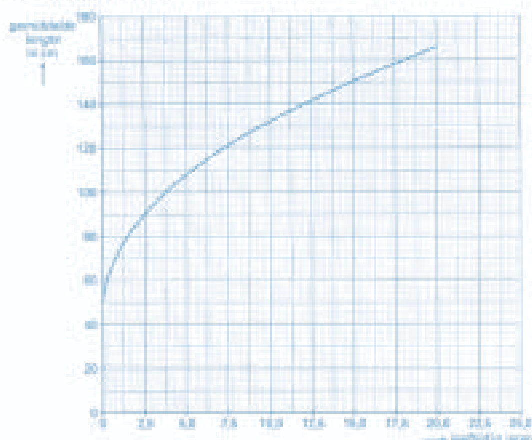
FIGUUR 4 VMBO-GL/TL

GROEI

Om de gemiddelde lengte van **jongens** van 0 tot en met 20 jaar uit te rekenen, kun je een vuistregel gebruiken. Hieronder staat de woordformule van deze vuistregel.

gemiddelde lengte = 50 + $\sqrt{900 \times \text{leeftijd}}$

Hieronder staat de grafiek getekend die bij de vuistregel voor **meisjes** van 0 tot en met 20 jaar hoort.



4p ○ 20 In de grafiek is te zien dat meisjes van 10 jaar oud gemiddeld 132 cm lang zijn.
→ Met hoeveel procent neemt de gemiddelde lengte van meisjes tussen 10 en 15 jaar toe? Schrijf je berekening op.

3p ○ 21 In de grafiek van de gemiddelde lengte van de **meisjes** is te zien dat meisjes die pas geboren zijn gemiddeld, net zo als de jongens, 50 cm lang zijn.
→ Geef de woordformule die hoort bij de grafiek van de gemiddelde lengte voor **meisjes** van 0 tot en met 20 jaar.

Team A en team B spelen tegen elkaar.
Team A begint.
Team A kiest vak 4. Hier verschijnt het woord "love" in een blauw vak. Ze zingen een lied en kiezen daarna vak 2. Daar verschijnt het woord "my" in een rood vak.
Zie figuur 4.

figuur 4



Omdat vak 2 rood is, gaat de beurt nu naar team B.
Er is één rood en één blauw vak gekozen. Dus zijn er nog drie blauwe vakken en één rood vak over. Als team B nu het rode vak zou kiezen, wint team A.
Ook als team B niet meteen het rode vak kiest, kan team A de ronde nog winnen.
Als team B bijvoorbeeld eerst een blauw vak kiest en daarna een rood vak, wint team A ook.
Zo zijn er verschillende mogelijkheden met team A als winnaar van de ronde.

4p 17 □ Bereken de kans dat team A deze ronde wint.

FIGUUR 5 HAVO-A12 Uit: De Notenclub

vergelijking geldt. Men kan de oplossing vinden door deze vergelijking op te stellen (modelleren), maar er is ook een alternatieve oplossingsmethode: een getallenvoorbeeld bedenken dat rekening houdt met de juiste getalsverhoudingen. Op deze vraag over 'algebraïsch modelleren' en rekenen met procenten was de p′-waarde slechts 18.
De opgave *Nederlandse Spoorwegen* (zie figuur 6) vereiste kennis van combinatoriek en kansen.
De twee inleidende vragen werden goed gemaakt (p′ = 79 en p′ = 75). Vraag 11, de derde vraag, waarbij gevraagd werd de juistheid van een formule voor een kans aan te tonen, werd echter zeer slecht gemaakt. De leerlingen bleken slecht in staat te modelleren, in dit geval het op de juiste wijze afleiden van een eenvoudig algebraïsch verband (p′ = 19). Ook de laatste twee vragen waar het vinden van de oplossing enkele denkstappen vereist werden matig gemaakt (p′ = 43 en p′ = 45).
Bij de vragen van de opgave *Bevolkingsgroei* is hetzelfde patroon in de scores te zien. Op zogeheten '1-staps-opgaven' scoren de leerlingen in de orde van 70% van het maximaal aantal te behalen punten, maar zodra het aantal denkstappen groter dan één en/of abstracter is, is de score zo'n 30% à 40% lager.
De laatste opgave *Derdegraadsfuncties* (zie figuur 7) was zuiver wiskundig van aard en betrof een overbekend onderdeel van de algebraleerstof. Op de eerste twee relatief eenvoudige vragen scoorden de leerlingen ongeveer $\frac{2}{3}$ deel van de maximaal te behalen scorepunten. Voor vraag 22, de laatste vraag, waarover in de examenbesprekingen is opgemerkt dat die 'teleurstellend eenvoudig' is, geldt desondanks dat p′ = 33.

HAVO-B12

Van 2002 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld: C&M 0; E&M 18; N&G 109; N&T 1839. Het maximaal aantal scorepunten is 86. De gemiddelde p′-waarde van het hele examen is 65,9; de leerlingen scoorden gemiddeld 56,7 scorepunten. Leerlingen scoorden kortom goed op het examen: het examen was gemakkelijk. De N-term was 0,5. Dat komt overeen met een gemiddeld cijfer 6,4 en 21% onvoldoendes.
Het examen havo-B12 bevatte 7 vragen over meetkunde en 15 vragen over analyse. De score op de analyseonderdelen (p'_{gem} = 66) was lager dan de score bij de meetkundeonderdelen (p'_{gem} = 70); zie ook tabel 10 [HAVO B12 2005].
De eerste opgave, *Modderstroom*, komt ook in het B1-examen voor. Deze opgave was net als bij het B1-examen een gemakkelijke startopgave. De B12-leerlingen scoorden op de zeer gemakkelijke vragen 1, 2 en 3 slechts weinig hoger dan de B1-leerlingen. Op de moeilijkste vraag 4 scoorden de B12-leerlingen 11% beter.
De opgave *Zeegolven* daarentegen bevatte gemakkelijke en moeilijke vragen. Wat betreft die moeilijke vragen het volgende: vraag 6 (p′ = 35) betrof het aantonen dat een exponentieel model

past bij gegevens uit een tabel (opstellen van een exponentiële formule). Vraag 9 (p′ = 36) ging over het herleiden van een formule. Bij vraag 9 is opgemerkt dat er sprake is van overbodige informatie, namelijk de gegeven grafiek (zie figuur 8). Sommige docenten vonden daarom de vraag fout. Als leerlingen echter wiskunde moeten toepassen in realistische situaties, dan zal daar bijna altijd sprake zijn van overbodige informatie. Een belangrijke vaardigheid in contextrijke wiskunde is dus ook het kunnen onderscheiden welke informatie voor de oplossing van een vraag nodig/overbodig is. Het toetsen of leerlingen deze vaardigheid beheersen, is dan ook belangrijk genoeg om daar een vraag aan te wijden. Het is verder de vraag of de extra informatie de leerlingen op het verkeerde been zette, zoals sommige docenten suggereerden. Dat in deze vraag leerlingen algebraïsche technieken moeten gebruiken is op zich al voldoende verklaring voor deze lage score (vergelijk bijvoorbeeld met vraag 6).
Bij de opgave *Uitkijktoren* was de laatste vraag moeilijk (zie figuur 9). De leerlingen moesten in een figuur een driehoek vinden om daarmee een hoogte te berekenen. Daaraan gekoppeld was het nodig de lengte van een zijde te zien als het halve verschil van twee zijden van een gelijkbenig trapezium. De vraag bevat dus twee stappen die men moet zetten om het antwoord te vinden.
De vragen in *Labolift* gaven eveneens te zien dat ingewikkelder vraagstellingen tot lagere p′-waarden leiden.
De opgave *Derdegraadsfuncties* was een opgave waarin algebraïsche vaardigheden vereist werden. De vragen 19, 20 en 21 komen overeen met de vragen 20, 21 en 22 in het B1-examen. De B12-leerlingen scoorden gemiddeld ongeveer 9% beter dan de B1-leerlingen.
Op de moeilijke vraag 21 scoorden de B12-leerlingen ongeveer 44% van de maximaal te behalen punten, terwijl de B1-leerlingen daarop 33% van de maximale score haalden. Dat is 11% verschil.

VWO-A

[Ger Limpens]

In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere examens vwo-A1 en -A12. Ook aan de overlap tussen beide examens worden enkele woorden gewijd. Aan het einde van dit artikel treft u een bijdrage over de gang van zaken van het Compex-experiment bij de vwo-examens A1 en A12, waarbij voor de derde keer de computer tijdens het centraal examen ingezet diende te worden.

VWO-A1

Zie tabel 11 [VWO A1 2005]. De eerste opgave *Meer neerslag* van het examen vwo-A1 had, zoals de titel al aangaf, een authentiek Nederlands onderwerp als thema. Naar aanleiding van een verzameling data betreffende de gemiddelde jaarlijkse neerslag in de voorbije eeuw passeerden diverse vragen de revue. De eerste vraag betrof een niet door berekening maar door redenering onderbouwde uitspraak over een tweetal Nederlandse steden, waarbij de jaarlijkse neerslag gegeven was door gemiddelde en standaardafwijking. Het feit dat in het correctiemodel een deel van de score verdiend kon worden door toch met een berekening te komen, werd door nogal wat collega's kritisch bejegend. Men was van mening dat een expliciet op voorhand uitgesloten antwoord ook niet op punten mocht rekenen, een zienswijze waar inderdaad veel voor te zeggen is. Bij vraag 2 werd expliciet gesteld dat die neerslag normaal verdeeld verondersteld werd en werd de leerling gevraagd een eenvoudige normale-verdelingsvraag te beantwoorden. Het riep dan ook verbazing op om na afloop van het examen te lezen dat een enkele collega in het land meende dat helderder duidelijk gemaakt had moeten worden dat hier geen sprake was van een discrete grootheid, c.q. continuïteitscorrectie niet geboden was. Strikter dan hier kan een gegeven niet verstrekt worden, zo is het gevoel van de makers. Gelukkig bleken ook de leerlingen in groten getale bij machte om deze vraag te beantwoorden: met een p′-waarde van 87 was vraag 2 een van de eenvoudigste van dit examen. 75% van de leerlingen scoorde hier maximaal. Ook vraag 3 van deze context riep na afloop wat reacties op: zo bleek een enkele leerling de vraag een formule op te stellen die hoorde bij de getekende regressielijn onverwacht te beantwoorden met het geven van een recursieve betrekking. En de daaruit voortvloeiende berekening van het jaar waarin de neerslag voor het eerst de 850 mm zou overschrijden, bleek met de recurrente relatie en de GR probleemloos uitgevoerd te kunnen worden. Hoewel het correctievoorschrift deze oplossing niet vermeldde, kon dit antwoord uiteraard goed gerekend worden door een beroep te doen op regel 3.3 van het algemene deel van het correctievoorschrift. Deze vraag 3 was weliswaar moeilijker dan zijn voorganger maar bleek toch heel doenlijk met zijn p′-waarde van 58.
De eerste vraag van *Breedte van wegen* was een rekenpartij op basis van een tweetal cirkeldiagrammen. Of leerlingen struikelden over een begrip als relatieve toename of over de rekenslagen van percentages naar absolute aantallen is onduidelijk. Een enkel docentencommentaar na afloop maakte melding van een mogelijk ander antwoord dan het antwoord in het correctievoorschrift, maar het is ons niet duidelijk geworden of de betreffende collega zelf creatief met zijn GR aan de slag is gegaan of zijn voorbeeld ook 'in het wild' heeft aangetroffen. Overigens zou in zo'n geval ook voornoemde regel 3.3 gehanteerd kunnen worden. De volgende vragen van deze context maakten gebruik van een formule waarin een logaritme verwerkt was maar gelukkig liet het merendeel van de leerlingen zich daardoor niet uit het veld slaan: vraag 7 waarbij van een weg met behulp van deze formule nagegaan

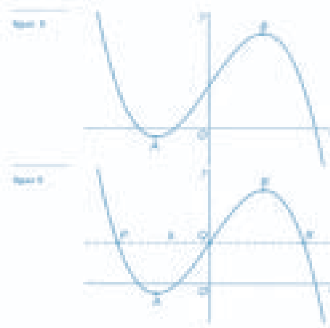
FIGUUR 6 HAVO-B1

Nederlandse Spoorwegen





Derdegraadsfuncties



FIGUUR 7 HAVO-B1

moest worden of deze aan een zekere norm voldeed bleek de best scorende vraag van dit examen met een p′-waarde van 91. Vraag 8 riep een enkele smalende reactie op waarbij gemeld werd dat een dergelijke academische exercitie weinig met de realiteit van doen zou hebben. De makers vinden echter dat een vraag waarbij indirect aan de orde gesteld wordt in hoeverre het gebruikte model, de logaritmische formule dus, realistisch is door naar de grenzen van het domein van de functie te vragen, heel goed passen bij het karakter van een vak als wiskunde A1.
In de opgave *Leugendetector* troffen we als laatste vraag een activiteit aan rond een voorwaardelijke kans (zonder dat deze als zodanig betiteld was) op basis van een tabel met percentages. Uit de analyse bleek dat 57% van de kandidaten geen enkel punt voor deze vraag wist te scoren. De betreffende vraag 12 bleek dan ook de moeilijkste vraag van dit examen met een p′-waarde van 23.
Opgave 4 van dit examen, met de titel *Vijvertest,* hield zich bezig met de meetgegevens rond de kwaliteit van vijverwater. Naar aanleiding van een tabel met deze gegevens werd zowel een vraag rond een lineair verband (vraag 13, met een p′-waarde van 75) als een vraag in verband met een exponentieel verband (vraag 14, met een p′-waarde van 30) gesteld. Deze laatste vraag bleek zodanig moeilijk dat precies de helft van de kandidaten geen punten haalde bij deze activiteit. Slechts 17% van de kandidaten haalde hier de maximale score van 4 punten.
De opgave *Leesbaarheid* stelde de zogeheten FOG-index aan de orde, een formule waarmee de leesbaarheid van teksten gekwantificeerd kan worden. In deze opgave waren twee vragen waarop de makers respons verwachtten. Dat bleek ook te kloppen: zowel vraag 18 (waarbij een ontbrekend getal bij een gegeven boxplot bedacht moest worden) als vraag 21 (waarbij de overeenkomst tussen een tweetal gegeven formules moest worden aangetoond) riep hier en daar commentaar op. De vraag rond de boxplot was inderdaad behoorlijk bewerkelijk en een enkel commentaar leek erop te duiden dat men het correctievoorschrift hier graag anders gezien had gezien het feit dat niet iedere kandidaat de opzet van het correctievoorschrift bleek te volgen. Het zal echter duidelijk zijn dat bij een dergelijke vraag de diversiteit aan antwoorden dermate groot is dat het correctievoorschrift slechts een (of enkele) van de te hanteren strategieën kan bevatten. De betreffende vraag bleek overigens de op-een-na-moeilijkste vraag van dit examen met p′-waarde 25. Vraag 21 was een vraag die een mooie 'gemiddelde' p′-waarde bleek te hebben: 59. Reacties van docenten leken daar in eerste instantie echter niet op te duiden. Docenten meldden dat ze vonden dat een dergelijke activiteit niet *des vwo-A1's* zou zijn, hoe eenvoudig de algebraïsche handelingen hier ook waren. Het is naar aanleiding van het examen vwo-A1 zo langzamerhand wel een regelmatig terugkerend thema - waarin steevast door ons gesteld wordt dat

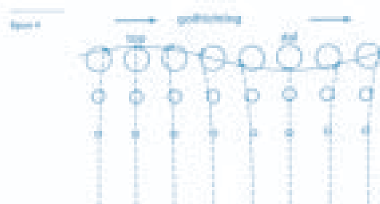
ook de A1-leerling geacht wordt enige kennis te hebben van algebraïsche manipulatie.
Al met al is het examen vwo-A1 in onze ogen een geslaagd examen. Ook de enquête die afgenomen is bij de regionale examenbesprekingen van de NVvW bevestigt ons in deze veronderstelling. De N-term van 1,2 leverde voor 73% van de populatie een voldoende voor dit examen op. Het gemiddelde cijfer van het A1-examen kwam met deze N-term op 6,3.

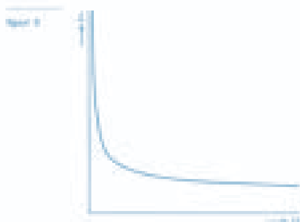
VWO-A12

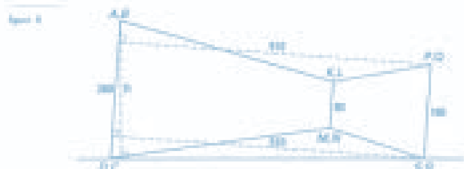
Hoewel de eerste contexten in het examen vwo-A12 gelijk waren aan die in het A1-examen waren de vragen, op de beginopgave *Veel neerslag* na, enigszins verschillend; zie ook tabel 12 [VWO A12 2005].
Opgave 2, *Breedte van wegen*, maakte weliswaar gebruik van de ook in A1 voorkomende op logaritmische leest geschoeide formule maar de activiteiten die aan de orde kwamen waren profielspecifiek. Vraag 7, de tweede vraag van deze opgave, vroeg bijvoorbeeld naar een redenering die geschraagd werd door inzicht in het fenomeen dalende functie, waarbij geen gebruik gemaakt mocht worden van rekenapparatuur. De bijbehorende p′-waarde van 45 gaf al aan dat lang niet iedere leerling hier goed mee overweg wist en uit de analyse bleek verder dat 29% van de doelgroep hier in het geheel niet thuis gaf. Toch wist 24% van de leerlingen alle scorepunten alhier te behalen. De derde en laatste vraag van deze opgave, vraag 8, was gebaseerd op inzichtelijk opereren met de GR. De vraag bleek met een p′-waarde van 41, zoals ook wel verwacht, aan de moeilijke kant maar zeker niet desastreus: 30% van de leerlingen ging naar huis met het volle pond.
Opgave 3, *Leugendetector*, vertoonde deels overlapping met A1 maar de laatste twee vragen waren weer specifiek voor het A12-publiek.
Vraag 4, de slotvraag van deze opgave, betrof een hypothesetoets, toch min of meer een standaard-activiteit. Dat een aspect dat nagenoeg stelselmatig deel uitmaakt van een examen nog niet eenvoudig hoeft te zijn, kon ook hier waargenomen worden: deze vraag werd slechts door 14% van de kandidaten volledig goed beantwoord.
De twee laatste contexten van dit examen waren in zijn geheel profielspecifiek. De context *Paretokrommen* is een opgave die in samenhang met de opgave *Teksten vergelijken* uit het tweede tijdvak vwo-A 2004 over de wet van Zipf en de opgave *De wet van Benford* uit het tweede tijdvak vwo-A 2005 een aardig overzicht geeft van hetgeen er uit de wereld van waargenomen wiskundige regelmaat van grote verzamelingen data door constructie-groepsleden in examens verwerkt wordt. Uiteraard is dit geen garantie voor enige regelmaat in het scorepatroon van leerlingen. De eerste vraag van deze opgave vertoonde een bijzonder merkwaardige opbouw daarvan: de reeks 21-1-1-2-11-64 geeft weer dat 21% van de leerlingen geen enkel punt scoorde, 1% met 1 punt naar huis ging en eveneens 1% met 2 scorepunten, etcetera, om te culmineren in 64% van de populatie met een maximumscore van 5 punten. Dit lijkt sterk op een alles-of-niets-vraag en dat heeft wellicht te maken met de door een enkele docent als streng ervaren opmerking in het correctievoorschrift om geen enkel punt te verstrekken indien een leerling niets anders gedaan heeft dan de coördinaten van de twee relevante grafiekpunten na te rekenen. Die opmerking is overigens in de ogen van de makers nog steeds reëel daar de vraag toch om een echte uitleg vroeg. Diezelfde grafiek kwam ook bij de derde vraag van deze opgave weer aan de orde toen gevraagd werd om hiervan de iets eerder geïntroduceerde Pareto-aanduiding te geven. Deze vraag (p′-waarde 33) ging aan iets meer dan de helft van de leerlingen in zijn geheel voorbij: 52% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. De laatste vraag van deze opgave betrof differentiëren, uiteraard binnen de context van het verschijnsel Paretokrommen. Dit was een van de meest becommentarieerde vragen van dit examen. Veel docenten vonden dat er nogal wat tekst overhoop gehaald werd voordat er gekomen werd tot een relatief eenvoudige differentieeropgave, en wellicht is dat ook de reden dat slechts 14% van de leerlingen hier de volle 5 punten scoorde. Jammer dat veel kandidaten kennelijk overweldigd bleken door de tekst, want alleen al het differentiëren (waar expliciet naar gevraagd werd) van de machtsfunctie die in de tekst genoemd werd leverde al 2 punten op.
De laatste opgave van dit examen, *Veel zalm*, betrof een discreet dynamisch model rond de fluctuatie in een zalmpopulatie. De opgave leverde nogal wat reacties op. Vraag 20 kon, zo merkte een enkele docent op, ook op een andere wijze opgevat worden maar ook hier werd niet duidelijk of er daadwerkelijk leerlingen zijn geweest die het probleem op deze onverwachte wijze interpreteerden. Wel is duidelijk dat vraag 20 met een p′-waarde van 29 een slecht scorende vraag was, iets wat niet geheel onverwacht kwam voor de samenstellers. Dat vraag 21 het nog een stuk slechter deed, was ietwat verrassender: de bijbehorende p′-waarde bleek 14. We vermoeden echter dat deze score niet zozeer aan de moeilijkheid van de beoogde activiteit te wijten is. Waarschijnlijk speelt de lengte van het examen ook een niet te verwaarlozen rol. Direct na afloop en ook via de regionale vergaderingen van de NVvW was al duidelijk geworden dat zowel docenten als leerlingen dit examen als behoorlijk lang ervaren hebben. Uit de analyse bleek dit eens te meer: van de bijna 2200 vwo-A12-leerlingen die in de analyse op basis van de versnelde correctie opgenomen zijn, bleken 307 kandidaten vraag 21 overgeslagen te hebben. Van alle vragen van dit examen was deze vraag daarmee ruimschoots de kampioen. Nummer 2 in deze rangorde (vraag 20) werd ‘slechts’ 203 keer overgeslagen. En minstens zo in het oog springend

FIGUUR 8 HAVO-B12

Zeegolven







FIGUUR 9 HAVO-B12 Uit: Uitkijktoren

is het feit dat ook van het beste kwart leerlingen er 40 waren die bij vraag 21 niets opgeschreven blijken te hebben. De conclusie lijkt dan ook gerechtvaardigd dat er iets mis was met de lengte van dit examen. Met name dit lengteargument heeft een rol gespeeld in de discussie rond de bepaling van de N-term. Die is vastgesteld op 1,0 waarmee het gemiddelde uitkwam op 6,2 en het percentage kandidaten met een onvoldoende 29% bleek te worden.
Tot slot moet nog opgemerkt worden dat de grafiek die hoorde bij het model van de opgave *Veel zalm* inderdaad in het gebied links van de top een onzuiverheid vertoonde. De werkelijke grafiek is aldaar iets minder steil dan de in het examen en de bijlage afgedrukte grafiek. De bijlage speelde een rol bij vraag 19 en gelukkig was het deel van de grafiek, bij de tweede evenwichtswaarde, dat relevant was voor deze activiteit correct. De enkele docent die over de grafische onzuiverheid klaagde had weliswaar het gelijk aan zijn zijde maar het enkele feit dat pas een week na afname de onzuiverheid voor het eerst aan het licht kwam, geeft al min of meer aan dat collega's tijdens hun correctie niet zijn gestuit op leerlingen die als gevolg hiervan bij vraag 19 in de problemen zijn gekomen.

Overlap VWO-A1/A12

Uit tabel 13 [Overlap VWO-A1/A12] kunnen we opmaken dat er 27 overlappunten in 2005 in dit tweetal examens zaten. Het is natuurlijk niet verwonderlijk dat de A12-kandidaten alle gemeenschappelijke vragen iets of veel beter dan de A1-kandidaten beantwoordden. De p′-waarde voor de A1-kandidaten voor de gemeenschappelijke vragen bleek 63 daar waar de A12-kandidaten aan p′-waarde 72 scoorden: een verschil van 9 dus. Ongeveer dit verschil in p′-waarde werd trouwens ook in 2004 geconstateerd: 53 versus 61. Hieruit is overigens af te lezen dat de overlap vorig jaar kennelijk iets moeilijker was dan dit jaar. Uit de enquête viel af te constateren dat docenten zich in meerderheid konden vinden in dit niveauverschil.
De vraag waar het verschil in vaardigheid het meest tot uitdrukking kwam, was de tweede vraag van *Leugendetector*, vraag 11 uit het A1-examen respectievelijk vraag 10 uit het A12-examen. Bij deze vraag werd de kandidaten gevraagd via een in de opgave uitgelegd algoritme de betrouwbaarheid van een specifieke steekproef uit te rekenen. Het is wellicht wat verbazingwekkend om bij met name deze vraag een zo groot vaardigheidsverschil te constateren: de hier aan de orde gestelde activiteit is in de ogen van de makers vrij routinematig en in dat opzicht wellicht heel vergelijkbaar met bijvoorbeeld de tweede vraag van *Meer neerslag* (zie figuur 10).
De meer inzichtelijke vraag 5, de laatste van *Meer neerslag*, leverde een kleiner verschil in p′-waarde op: 52 versus 64. Wellicht interessant om deze verschillen in de loop van de komende jaren eens wat meer onder de loep te gaan nemen?

VWO-B

[Gerard Stroomer]

Drie klokuren was voor veel kandidaten te weinig om deze examens te maken. Er werd massaal doorgewerkt tot het eind van de zitting. Van de laatste vragen bleven er veel onbeantwoord, vooral bij wiskunde-B12 (bij vraag 20 vulde zelfs ruim 11% van de kandidaten niets in). Dat hadden wij van tevoren niet verwacht. Van docenten vernamen we direct na afloop van het examen dat ook zij dachten dat het werk in drie uur goed te maken zou zijn. Natuurlijk hebben we ons afgevraagd hoe we ons zo konden vergissen. Hebben we ons verkeken op de algebraïsche vaardigheden (*ze kunnen het wel maar hebben weinig routine*)? Of hebben leerlingen weinig parate kennis (*ze moeten vaak zoeken op de formulekaart*)? Of gebruiken ze de grafische rekenmachine niet optimaal (*ze geven de voorkeur aan een algebraïsche oplossing*)? In ieder geval vinden wij het erg vervelend dat bij deze examens kandidaten in tijdnood gekomen zijn. De CEVO is gelukkig ruimhartig geweest bij het vaststellen van de N-term. Met N = 1,0 voor vwo-B1 (met gemiddeld cijfer 6,2 en 30% onvoldoende) en N = 1,2 voor vwo-B12 (met gemiddeld cijfer 6,4 en 27% onvoldoende) liggen de resultaten dicht bij die van de afgelopen jaren.

Bereken, bereken de exacte waarde van, bereken in één decimaal nauwkeurig... zijn opdrachten die in de verschillende methoden voorkomen maar daarin niet altijd hetzelfde betekenen. Afspraken daarover zijn gemaakt door de nomenclatuurcommissie, maar hun rapport kwam pas uit nadat de eerste boeken al gedrukt waren. Het nomenclatuurrapport is te vinden op de site van de NVvW (*www.nvvw.nl*). Over het werkwoord *bereken* staat in dit rapport:

Hierbij moet de berekening altijd opgeschreven worden; het antwoord mag ook een met de (grafische) rekenmachine gevonden antwoord zijn. Bij het gebruik van de grafische rekenmachine moet duidelijk worden aangegeven hoe men tot het antwoord komt. Wanneer een antwoord wordt vereist dat langs algebraïsche weg en niet via benaderingen met de (grafische) rekenmachine dient te worden gevonden, wordt dat in de vraagstelling expliciet aangegeven. Dit kan op de volgende manier: "Bereken (eventueel met een toevoeging als 'langs algebraïsche weg' of 'met differentiëren' of iets dergelijks) de exacte waarde van ..."

In de examens volgen wij over het algemeen het nomenclatuurrapport. De opdracht *bereken* laat dus het gebruik van de grafische rekenmachine toe.

Er was dit jaar ook enige discussie over het verschil tussen *bereken de exacte waarde van* en *bereken exact de waarde van*. De eerste formulering is die uit het nomenclatuurrapport. De tweede formulering geeft beter de bedoeling weer: de berekening moet exact zijn, niet alleen de uitkomst. In de examens van de afgelopen jaren zijn beide formuleringen gebruikt.

VWO-B1

De gemiddelde kandidaat haalde voor dit examen 50,07 van de 87 punten, dus een gemiddelde p′-waarde van ongeveer 57,6; zie ook tabel 14 [VWO B1 2005].

Het examen opende met de opgave *Inademen* met modellen voor de hoeveelheid ingeademde verse lucht voor gezonde mensen en voor astmapatiënten (zie figuur 11). De hoge p′-waarden bevestigen dat dit een goede startopgave was. Enige verwarring was er over het toegestane antwoord 80% bij vraag 3. Aangezien de waarde van α (0,3) was gegeven met slechts één significant cijfer, verdient een antwoord met één significant cijfer (80%) de voorkeur boven een antwoord met twee significante cijfers (78%). Significantie komt weliswaar niet voor in het programma voor wiskunde-B, maar het wordt wel behandeld bij natuur- en scheikunde. Voor de meeste leerlingen is het dus een vertrouwd begrip. Het zou de samenhang tussen de profielen bevorderen als bij wiskunde-B ook gelet zou worden op significantie.

Bij het model van de astmapatiënt was het domein niet expliciet vermeld. In de tekst stond dat het langer duurt voordat het maximum bereikt wordt, maar de grafieken stonden in een plaatje waarin t van 0 tot 5 loopt.

Na de opgave *Lichaamsgewicht*, met vragen over de normale verdeling, en de opgave *Rechthoek om driehoek*, waarin goniometrie gevraagd werd, volgde de vrij talige opgave *De badkuipkromme*, waarin zowel analyse als kansrekening en statistiek getoetst werd. Sommige docenten vroegen zich af waarom bij vraag 13 niet een primitieve geëist werd, terwijl dat bij wiskunde-B12 wel het geval was. De reden hiervoor is dat in de opgave *Onafhankelijk van n*, die alleen bij wiskunde-B1 voorkwam, al geprimitiveerd moest worden. Ook was er verbazing dat de $\sqrt{n}$-wet in de opgave gegeven werd: dat moeten leerlingen toch zelf kunnen? Op dit punt zijn de eindtermen van wiskunde-A en wiskunde-B niet identiek. In de eindtermen van wiskunde-A staat explicieter dat de $\sqrt{n}$-wet toegepast moet kunnen worden dan in de eindtermen van wiskunde-B. Daarom is besloten hier het resultaat van het toepassen van de $\sqrt{n}$-wet te geven.

Het examen sloot af met twee pittige analyse-opgaven: *Richtingen* en *Onafhankelijk van n*. Vraag 17 was met een p′-waarde van 13 de moeilijkste vraag van het examen. De lage p′-waarden van de laatste drie vragen zijn voor een deel te wijten aan het gebrek aan tijd.

VWO-B12

De gemiddelde kandidaat haalde voor dit examen 51,31 van de 89 punten, dus een gemiddelde p′-waarde van ongeveer 57,6; zie tabel 15 [VWO B12 2005].

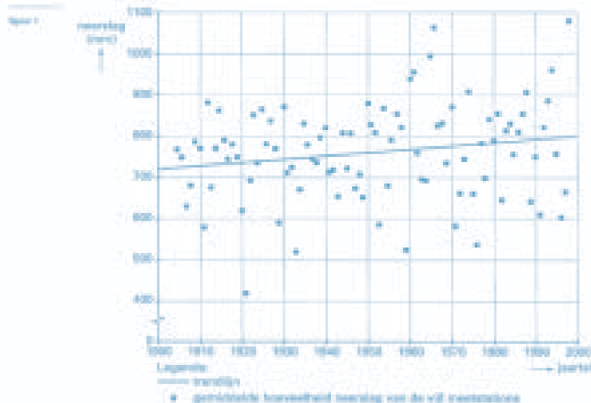
Voor een deel bestond dit examen uit dezelfde vragen als het examen vwo-B1.

De opgaven *Inademen* (zie figuur 11), *Rechthoek*

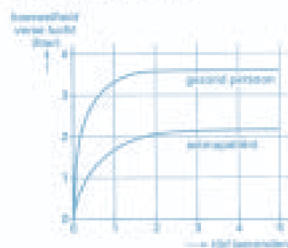
om driehoek en *De badkuipkromme* waren voor een deel gelijk aan de opgaven met dezelfde titels in het examen vwo-B1. De B12-kandidaten scoorden op de overlap hoger: gemiddeld haalden zij een p′-waarde die 9 hoger is dan die van de B1-kandidaten.
Na de opgave *Inademen* volgde de meetkundeopgave *Betwist gebied*. Met het tekenen hadden de leerlingen geen moeite, met het bewijs des te meer.
De opgave *Rechthoek om driehoek* was ten opzichte van het examen vwo-B1 uitgebreid met een meetkundevraag. Het gevraagde bewijs kon geleverd worden met behulp van de stelling van Thales en zijn omgekeerde. Omdat op de net nieuw verschenen formulekaart deze stelling en zijn omgekeerde verwisseld waren ten opzichte van de oude formulekaart, is door middel van een erratum aangegeven dat deze stellingen door kandidaten ook verwisseld mochten zijn.
De opgave *Richtingen* had ten opzichte van het examen vwo-B1 een extra vraag over voortgezette analyse. Na *De badkuipkromme* was er voor veel leerlingen nog maar weinig tijd over voor de laatste opgave: *Middens van bogen* (zie figuur 12). De lage p′-waarden voor deze vragen zijn voor een deel te wijten aan gebrek aan tijd.

FIGUUR 10 VWO-A1 en VWO-A12

Meer neerslag



Inademen



FIGUUR 11 VWO-B1 en VWO-B12

VWO-A1/A12 Compex/IMEX-examen

[Harm Boertien]

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde vwo-A1 en -A12 het exameninnovatieproject 'IMEX' (een deel van het project 'Compex3') van start gegaan. Het project heeft tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moet worden in hoeverre de computer nuttig kan zijn bij het examineren van de wiskunde voor vwo-A1- en vwo-A12-leerlingen. Kernvraag bij wiskunde is hoe men de meerwaarde die de computer heeft ten opzichte van de grafische rekenmachine kan vergroten.
Scholen konden zich inschrijven op vakken om met het IMEX-examen mee te doen. Dit jaar deden uiteindelijk 20 scholen mee. Ook voor volgend jaar geldt een inschrijvingsprocedure. Verdere informatie over de algemene opzet van het IMEX-project is te vinden op http://compex.citogroep.nl.
Aan het IMEX-examen wiskunde-A1 hebben 135 leerlingen deelgenomen en er waren 430 leerlingen die het IMEX-examen wiskunde-A12 maakten.

Opzet van het examen

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een A1- en A12-examen dat voor ongeveer 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij contexten die gebruik van de computer vereisten. Het examen werd gepresenteerd in een tweetal opgavenboekjes, één met het reguliere deel en één met het IMEX-deel.

Het IMEX-deel bestond uit één computeropgave, waarbij leerlingen bij een aantal vragen het softwareprogramma Excel moesten kunnen gebruiken.
In de loop van de jaren zijn geleidelijk hogere eisen gesteld aan de beheersing van Excel. Dit jaar werden de eisen uitgebreid met het kunnen invullen en gebruiken van formules waarbij absolute en relatieve verwijzing aan de orde kon komen.

Het A1-IMEX-examen bestond dit jaar uit de computeropgave *Leesbaarheid van teksten*. Deze opgave behandelt de formules die wereldwijd gebruikt worden bij het beoordelen van de leesbaarheid van teksten. Het onderzoeksthema was: 'Komen de verschillende formules voor leesbaarheid onderling overeen en hoe werken die formules?'
Na een inleidend filmpje moesten leerlingen berekeningen en grafieken bij leesbaarheidsformules gebruiken om diverse vragen te beantwoorden; zie figuur 13 [Reading-age]. De laatste vraag betrof het veranderen van een zin in een spreadsheet zodanig dat de betekenis gelijk bleef maar de leesbaarheid (volgens de formules) groter toenam.

Het A12-IMEX-examen bestond dit jaar uit de computeropgave *Zalm*. Het onderzoeksthema was: 'Mogelijke groeimodellen bij de populatiegroei van zalmen en hoe kun je zonder te gaan overbevissen zoveel mogelijk zalm vangen?' De opgave behandelt het exponentieel-, logistisch- en het Ricker-model. Zie figuur 14 [Logistisch] over hoe het logistisch model gebruikt werd.

Afname van het examen

Als voorbereiding voor het examen hebben de leerlingen de gelegenheid gehad te ervaren wat er op het examen aan beheersing van computervaardigheden gevraagd zou worden. Daartoe zijn aan de docenten voorbeeldopgaven, de voorgaande examens en één A4-tje met algemene instructies uitgereikt. Die instructie gaat over het openen van een spreadsheet, de beveiliging ervan en het zo nodig bijstellen van het scherm.
Scholen mochten zelf beslissen hoe ze de organisatie van het examen wilden vormgeven. Ze konden op het examen alle leerlingen laten beginnen met het reguliere deel van het examen en hen daarna het computerdeel geven. Maar ze konden ook een heel andere afnameopzet kiezen: bijvoorbeeld de helft van de leerlingen laten beginnen met het reguliere deel en de andere helft met het IMEX-deel. Na enige tijd zullen dan de leerlingen van plaats moeten wisselen. Welke organisatievorm handig is, was ter beoordeling van de school.
De leerlingen zijn verder op de hoogte gesteld van de begin- en eindtijd van het examen. De duur van het examen kon een half uur langer zijn dan die van het reguliere landelijk examen.
Het examen zelf vond plaats in het computerlokaal. Naast de docent was er een systeembeheerder aanwezig om eventuele problemen met de computer te kunnen opvangen. De leerlingen kregen alle examenopgaven en -vragen op schrift. Ze moesten de antwoorden net zoals bij het reguliere examen op schrift zetten om de gebruikelijke correctie te kunnen laten uitvoeren. De leerlingen begonnen meestal met het reguliere deel, waarna ze de computeropgave gingen maken.
De afname is goed verlopen:
- met doorgaans ongeveer 5 lessen waren de leerlingen voldoende voorbereid op het examen;
- op veel scholen hebben de leerlingen eerst het reguliere deel gemaakt en daarna het computerdeel;
- tijdens het examen is er niet of zelden om hulp gevraagd;
- het computerdeel vroeg doorgaans iets meer tijd dan verwacht;
- er waren bij de afname geen technische problemen.

De correctie van de examens heeft geen extra problemen opgeleverd. De school kon gebruik maken van de reguliere procedures (WOLF of optisch leesbare formulieren).

Examenresultaten

De examenresultaten op de 20 scholen hebben betrekking op de scores van een steekproef van 95 leerlingen die het A1-IMEX-examen gemaakt hebben en van 147 leerlingen die het A12-IMEX-examen maakten; zie tabel 16 [VWO A1-IMEX 2005] en tabel 17 [VWO A12-IMEX 2005].
Voor beide examens gold dat het IMEX-examen een beetje gemakkelijker bleek te zijn dan het reguliere examen en dat de leerlingen die de IMEX-examens deden iets vaardiger bleken. Dit laatste is ook te zien aan de scores van de A1- en A12-leerlingen op de overlapopgaven met het reguliere examen. Gemiddeld scoorden ze iets beter; zie tabel 18 [Overlap IMEX A1/A12 2005].
Bij de vragen van het IMEX-examen vwo-A1 valt op dat alleen vraag 17 erg moeilijk gevonden werd. Bij deze vraag moesten de leerlingen via het handig invullen van waarden in een spreadsheet de coëfficiënten in een formule bepalen. Op de laatste examenvraag werd 50% van het maximaal te behalen punten gescoord. Dit betrof de al eerder beschreven vraag waar men van een gegeven zin een tekst diende te maken die volgens de leesbaarheidsformules beter leesbaar is.
Bij het A12-examen vonden leerlingen de vragen 20 en 23 moeilijk. Bij vraag 20 moesten leerlingen met behulp van een formule aantonen dat M een evenwichtswaarde is en bij vraag 23 moesten leerlingen aangeven hoe ze de oplossing die ze met behulp van het spreadsheet gevonden hadden, ook met behulp van twee gegeven grafieken zouden kunnen vinden. Bij beide vragen is exact denken nodig. Dat is blijkbaar moeilijk.

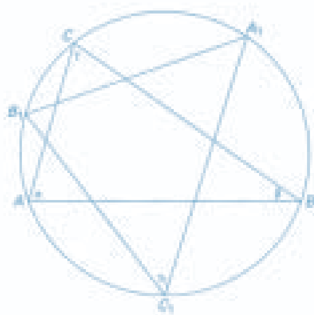
Evaluatie van docenten en kandidaten

Volgens de docentenenquête verliepen voorbereiding, afname en correctie van het IMEX-examen goed. Dit alles kostte de meerderheid van de docenten

FIGUUR 12 VWO-B12

Middens van bogen

Gegeven is driehoek ABC met zijn omgeschreven cirkel.
De hoeken van deze driehoek zijn α, β en γ.
A_1, B_1 en C_1 zijn de middens van de bogen BC, CA en AB.
$\angle A_1C_1B_1$ noemen we γ_1. Zie figuur 10. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.



Er geldt: $\gamma_1 = \frac{1}{2}(180° - \gamma)$.

18 ☐ Bewijs dit.

A_2, B_2 en C_2 zijn de middens van de bogen B_1C_1, C_1A_1 en A_1B_1.
$\angle A_2C_2B_2$ noemen we γ_2.
Op dezelfde manier definiëren we γ_3, γ_4, enzovoort.
Op dezelfde manier als in vraag 18 kan je voor $n = 1, 2, 3, \ldots$ aantonen dat:
$\gamma_{n+1} = \frac{1}{2}(180° - \gamma_n)$.

Deze formule is te herschrijven tot de formule $\gamma_{n+1} - 60° = -\frac{1}{2}(\gamma_n - 60°)$.

19 ☐ Toon dit aan.

20 ☐ Laat zien hoe uit de formule $\gamma_{n+1} - 60° = -\frac{1}{2}(\gamma_n - 60°)$ volgt dat de rij $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \ldots$ convergent is en bepaal de limiet van deze rij.

Reading-age

Gemiddelde waarden — INVULLEN!

gem. aantal lettergrepen per woord (W = woordlengte)	2
gem. aantal lange woorden per zin (L)	3
gem. aantal woorden per zin (Z = zinslengte)	16

Formules van FOG, FK en SMOG — UITKOMSTEN

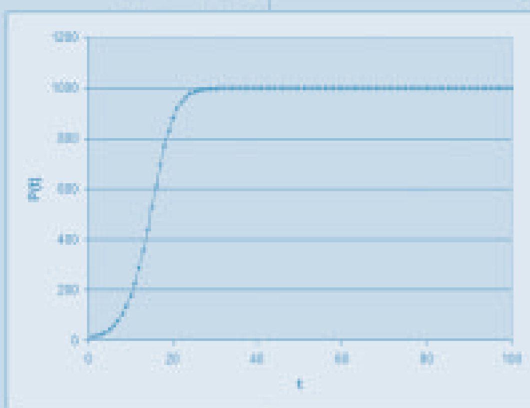
FOG-formule	18,900
FK-formule	19,250
SMOG-formule	17,487

logistisch

$P(t+1) = P(t) + c \cdot P(t) \cdot \left(1 - \frac{P(t)}{M}\right)$

c = · M = · $P(0)$ =

t	P(t)
0	10
1	13.465
2	18.11429
3	24.33945
4	32.45892
5	43.70561
6	58.33401
7	77.55891
8	102.6304
9	134.8262
10	175.813
11	226.2327
12	287.6799
13	358.333
14	439.9875
15	526.1436
16	613.4844
17	696.4832
18	770.4822
19	832.3111
20	881.1604
21	917.8113
22	944.2131



FIGUUR 13 VWO-A1 Compex

niet of zeer weinig extra tijd in vergelijking met het reguliere examen. Zij hadden naast waardering echter ook kritische opmerkingen. Die gingen over de meerwaarde van de computer. Vorig jaar was de belangrijkste opmerking in de enquête dat de meerwaarde van de computer vooral naar voren zou moeten komen in het actiever gebruik van Excel. In de examens van dit jaar moesten de leerlingen zelf formules in cellen kunnen invullen. Hoewel dit sommige docenten (terecht) nog niet ver genoeg gaat, is de kritiek dit jaar vooral dat er in het IMEX-examen naar verhouding minder vragen moeten voorkomen waarin gebruik van de computer niet nodig is.
De huidige IMEX-opgaven bevatten tussen de ‘computervragen’ relatief veel theoretische hulp- en tussenvragen om de ‘computervragen’ binnen het bereik van de leerlingen te brengen. Een belangrijke functie van deze verbindende vragen is om leerlingen die bepaalde computervragen niet kunnen beantwoorden, de gelegenheid te geven opnieuw aan te sluiten bij de beantwoording van vervolgvragen. Een vermindering van het aantal niet-computervragen in het examen komt in feite neer op bijstelling van de huidige opzet van het examen. Eén van de aandachtspunten in de komende tijd is daarom: nagaan of een andere opzet van de IMEX-vragen mogelijk is.
De gegeven kritiek verhindert overigens niet, dat zo’n 85% van alle docenten vindt dat deze vorm van examineren (onder voorwaarden) in de nabije toekomst in het reguliere examen moet worden opgenomen.

Uit de leerlingenenquête van dit jaar bleek dat de leerlingen doorgaans vonden dat ze goed waren geïnformeerd over de opzet van het IMEX-examen. Het merendeel had echter slechts een deel van de voorbeeldopgaven gemaakt. Hun indruk was dat de computeropgaven ongeveer even moeilijk waren als de gewone opgaven, maar dat het maken ervan minder tijd kost dan het maken van de gebruikelijke examenopgaven. Ondanks dit had een grote groep leerlingen (37%) liever de gewone schriftelijke vragen. Verder vond 30% van de leerlingen het een slecht idee om in de toekomst de antwoorden op de computer te moeten geven en 47% vond het erg vervelend wanneer het gehele examen van het computerscherm gelezen zou moeten worden.
Ook vond 27% van de leerlingen een IMEX-examen in de gegeven vorm op de computer prettiger dan een gewoon examen, 42% van de leerlingen had geen voorkeur en van 32% ‘hoefde het IMEX-examen helemaal niet’, wat redelijk overeenkomt met de uitkomsten van de enquête van vorig jaar.

Toekomst van het IMEX-project

Bij de toetsconstructie van IMEX-opgaven wordt de computer beschouwd als een extra hulpmiddel naast de GR. Van de leerlingen die het IMEX-examen doen, wordt dan in vergelijking met de leerlingen die

het reguliere examen doen wiskundig inhoudelijk gezien niets extra's gevraagd. De eindtermen voor het IMEX-examen zijn dus dezelfde als die voor het reguliere examen, waarbij de algemene eindtermen over computergebruik extra nadruk krijgen. Er wordt dan ook extra beheersing van de te gebruiken software gevraagd. Binnen dit kader is er tot nu toe bij de IMEX-examenconstructie ook sprake geweest van een jaarlijkse ontwikkeling van de examenvorm. Zo zijn in het afgelopen jaar de te beheersen Excel-vaardigheden uitgebreid. Ook is de computer ingezet voor visualisatie van problemen (kleine applet-achtige programmaatjes) naast de inzet voor rekenkracht.
De natuurlijke interactie tussen vakinhoud en het hulpmiddel computer zorgt er echter wel voor dat de op te lossen wiskundeproblemen een andere 'inhoudelijke kleur' krijgen. Dit verschijnsel is enigszins te vergelijken met het veranderen van het karakter van de opgaven ten gevolge van het invoeren van de GR, waardoor naast het exact kunnen oplossen van problemen een numeriek-grafisch oplossen ervan mogelijk wordt.
De opmerkingen van docenten en leerlingen laten zien dat de wens sterk leeft om in de komende jaren de inzet van de computer behoorlijk veel groter te laten zijn maar dat daar als extra voorwaarde aan gesteld zou dienen te worden dat de meerwaarde van de computer sterker zichtbaar wordt in de opgaven. Dit ondersteunt een reeds in gang gezet Cito-initiatief om te bezien welke andere software dan Excel geschikt is om bij examenopgaven te gebruiken.
Gezien de huidige opzet van het IMEX-examen komen de wensen van de docenten erop neer dat:

- er naast Excel ook andere software gebruikt zal worden;
- er nog meer eisen aan de beheersing van de aan te wijzen software (waaronder Excel) gesteld moeten worden;
- de IMEX-opgaven naar verhouding minder 'niet-computervragen' dan voorheen gaan bevatten.

Welke oplossing men hiervoor ook kiest, deze zal wel tot gevolg hebben dat leerlingen extra oefentijd voor het examen moeten hebben.

Een complicatie voor het realiseren van de wensen tot uitbreiding van software is dat de CEVO momenteel hierbij de nodige eisen stelt. Zo moet de software eerst in een apart project bewezen hebben bruikbaar te zijn en mogen de kosten voor het gebruik op scholen niet te groot zijn. Een andere complicerende factor is dat het hele wiskunde-examenprogramma geleidelijk vernieuwd wordt. Bij het genoemde onderzoek om te komen tot softwareverruiming op het vwo-A-IMEX-examen zal uiteraard met beide factoren rekening gehouden moeten worden.

Over de auteurs

Harm Boertien, Petra Boon, Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: www.citogroep.nl). Hun e-mailadressen zijn achtereenvolgens harm.boertien@citogroep.nl, petra.boon@citogroep.nl; anita.debruijn@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl en gerard.stroomer@citogroep.nl.

Verschenen / Basisboek wiskunde

Auteurs: Jan van de Craats, Rob Bosch Uitgever: Pearson Education Benelux (2005) Prijs € 29,95 ISBN 90-430-1156-8



Uit het voorwoord: 'Dit boek bevat alle basiswiskunde die nodig is als ingangsniveau voor een universitaire of HBO-studie op het gebied van de bètavakken, informatica, economie en verwante studierichtingen. (...) Net als bij iedere vaardigheid, of het nu om voetballen, pianospelen of het leren van een vreemde taal gaat, is er ook maar één manier om wiskunde onder de knie te krijgen: veel oefenen. Bij voetballen moet je trainen, bij pianospelen studeren en bij het leren van een vreemde taal woordjes leren. Zonder basistechniek kom je nergens; bij wiskunde is het niet anders.'

In Basisboek wiskunde spelen oefeningen een centrale rol. Op de linkerbladzijden staan de opgaven, op de rechterbladzijden de bijbehorende uitleg. De lezer wordt geacht eerst de opgaven te beantwoorden en in geval van noodzaak de rechtertekst te raadplegen. De meer bedreven lezer die meer over de wiskundige achtergronden wil weten, vindt achterin drie hoofdstukken zonder opgaven met verdere verklaringen. Een formuleoverzicht, trefwoordenregister en alle antwoorden completeren het boek.

Tabel 1 – Leerlingenaantallen 2005

VMBO	
Wiskunde CSE GL/TL	41628
Wiskunde CSE KB	21042
Wiskunde CSE BB	24229
totaal	86899

HAVO	
Wiskunde A12 (ns)	19939
Wiskunde B1 (ns)	8078
Wiskunde B12 (ns)	6037
totaal	34054

VWO	
Wiskunde A1 (ns)	5869
Wiskunde A12 (ns)	12000
Wiskunde B1 (ns)	9896
Wiskunde B12 (ns)	6807
totaal	34572

ns = nieuwe stijl

Tabel 2 – Verzamelde N-termen 2005

1e tijdvak 2005	VMBO			HAVO			VWO			
	BB	KB	GL/TL	A12	B1	B12	A1	A12	B1	B12
N-term	1,8	1,6	1,4	1,4	0,8	0,5	1,2	1,0	1,0	1,2
gemiddelde	6,3	6,5	6,5	6,2	6,1	6,4	6,3	6,2	6,2	6,4
% onvoldoendes	30	25	23	26	30	21	27	29	30	27

Tabel 3 – VMBO BB 2005

opgave	Vakantie-baantje				Voetbalveld					Mobiele telefoon				Draaimolen				Diskman				Madurodam			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max.score	1	2	2	4	1	4	2	2	4	1	3	4	3	2	2	4	4	2	2	2	2	2	3	4	3
p'-waarde	98	74	62	49	79	56	53	31	32	87	72	30	40	66	68	19	39	96	61	19	47	65	50	65	23

Tabel 4 – VMBO BB vanaf 2001

jaar	N-term	gemiddelde	onvoldoendes (in %)
2005	1,8	6,3	30
2004	0	7	8
2003	0,5	6,8	19
2002 (pilot)	1	6,1	19
2001 (pilot)	1	5,6	45

Tabel 5 – VMBO GL/TL/KB vanaf 2003

	KB					GL/TL				
jaar	N-term	gemid-delde	onvoldoen-des (in %)	p'-waarde	correctie i.v.m. fouten	N-term	gemid-delde	onvoldoen-des (in %)	p'-waarde	correctie i.v.m. fouten
2005	1,3/1,6	6,2/6,5	31/25	54,8	0,3	1,1/1,4	6,2/6,5	29/23	56,7	0,3
2004	0,5	6,5	18	66,2	0,3	0,5	6,3	25	64,5	-
2003	1,5	6,1	30	51,7	-	0,9/1,1	6,1/6,3	30/25	57,4	0,2

Tabel 6 – GL/TL 2005 + overlap KB

opgave	Bosloop			Zandbak				London Eye				Dobbelstenen stapelen					Groei					Oliepijpleiding			
vraagnr. GL/TL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max.score	2	4	5	1	3	5	6	2	2	3	4	4	3	5	3	5	4	4	3	4	3	4	3	3	6
p'-waarde	85	81	55	68	34	75	34	78	79	82	70	44	63	16	51	48	70	58	75	59	24	74	72	64	36
overlap KB																									
vraagnr. KB	5	6	7	12	13							4					17			19		21	22	23	
p'-waarde	74	64	38	59	25							38					64			34		63	53	39	

Tabel 7 – KB 2005

opgave	Dobbelstenen stapelen				Bosloop			Vaantjes				Zandbak				Groei					Oliepijpleiding			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	4	4	4	4	2	4	5	2	3	3	4	1	3	5	5	2	4	2	4	3	4	3	3	6
p'-waarde	89	66	66	38	74	64	38	97	89	68	70	59	25	49	34	71	64	66	34	48	63	53	39	21

Tabel 8 – HAVO A12 2005

opgave	Er zijn nog 3 wachtenden voor u					Geld uit de muur					DVD-spelers				De Notenclub			De Wet van Moore			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	3	5	3	5	4	5	3	4	5	3	5	5	5	3	5	5	3	3	4	4
p'-waarde	94	80	83	51	48	80	68	52	29	55	68	21	45	15	50	49	34	88	23	60	66

Tabel 9 – HAVO B1 2005

opgave	Modderstroom				Alcohol en rijvaardigheid				Nederlandse Spoorwegen					Bevolkingsgroei						Derdegraads functies		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	3	4	3	4	3	5	3	4	2	3	3	4	5	3	3	4	4	4	4	5	5	4
p'-waarde	95	76	92	53	78	75	74	18	79	75	19	43	45	75	75	40	54	70	33	66	69	33

Tabel 10 – HAVO B12 2005

opgave	Modderstroom				Zeegolven					Uitkijktoren				Labolift					Derdegraads functies			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	3	4	3	4	3	3	4	5	3	2	4	6	5	5	3	5	3	4	5	5	4	3
p'-waarde	95	75	94	64	88	35	70	68	36	93	89	53	34	84	82	56	52	39	77	73	44	74

Tabel 11 – VWO A1 2005

opgave	Meer neerslag					Breedte van wegen				Leugen-detector			Vijvertest				Leesbaarheid				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	3	5	4	4	5	3	3	5	4	3	4	3	4	4	4	4	5	5	4	3
p'-waarde	81	87	58	44	52	56	91	44	65	59	65	23	75	30	52	46	85	25	70	45	59

Tabel 12 – VWO A12 2005

opgave	Meer neerslag					Breedte van wegen			Leugen-detector				Pareto-krommen				Veel zalm				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	3	5	4	4	3	4	5	4	3	4	6	5	4	4	5	4	3	5	3	4
p'-waarde	85	89	70	47	64	76	45	41	72	85	57	41	75	91	33	31	78	69	44	29	14

Tabel 13 – Overlap VWO-A1/A12

opgaven in overlap	Meer neerslag					Leugen-detector		totaal
vraagnr. A1	1	2	3	4	5	10	11	
max.score	4	3	5	4	4	4	3	27
p'-waarde	81	87	58	44	52	59	65	63
vraagnr. A12	1	2	3	4	5	9	10	
max.score	4	3	5	4	4	4	3	27
p'-waarde	85	89	70	47	64	72	85	72

Tabel 14 – VWO B1 2005

opgave	Inademen				Lichaams-gewicht		Rechthoek om driehoek				De badkuip-kromme					Richtingen		Onafhankelijk van *n*		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	3	4	4	5	3	5	3	4	5	4	4	5	3	5	5	6	4	6	3	6
p'-waarde	94	80	81	37	86	71	75	63	41	34	80	75	50	45	60	78	13	53	36	25

Tabel 15 – VWO B12 2005

opgave	Inademen			Betwist gebied			Rechthoek om driehoek				Richtingen			De badkuip-kromme				Middens van bogen		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max.score	3	4	5	4	4	3	4	5	4	6	6	4	5	5	6	5	5	4	3	4
p'-waarde	96	87	54	87	68	23	82	51	48	43	89	32	47	80	56	46	54	26	58	25

Tabel 16 – VWO A1-IMEX 2005

opgave	Meer neerslag					Breedte van wegen		Leugen-detector			Vijvertest			Leesbaarheid van teksten							
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	3	5	4	4	5	3	4	3	4	3	4	4	3	3	5	5	4	5	4	4
p'-waarde IMEX	82	80	59	41	62	52	94	55	69	27	78	31	51	81	92	67	23	56	66	44	50
p'-waarde regulier	81	87	58	44	52	56	91	59	65	23	75	30	52								

Tabel 17 – VWO A12-IMEX 2005

opgave	Meer neerslag					Leugendetector				Pareto-krommen				Zalm									
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
max.score	4	3	5	4	4	4	3	4	6	5	4	4	5	4	3	3	4	3	4	3	3	3	3
p'-waarde IMEX	86	89	74	51	70	68	88	65	39	78	94	35	34	74	78	58	72	40	56	24	75	64	27
p'-waarde regulier	85	89	70	47	64	72	85	57	41	75	91	33	31										

Tabel 18 – Overlap IMEX A1/A12 2005

	A1		A12	
	regulier	IMEX	regulier	IMEX
p'-waarde gehele examen	56,6	57,9	57,4	62,2
p'-waarde overlap-deel	57,6	58,2	62,6	64,9
N-term definitief	1,2	1,2	1,0	1,0
gemiddeld cijfer	6,3	6,4	6,2	6,6
onvoldoende (in %)	27	23	29	13

OVER ALGEBRA EN MODELLEREN IN DE HAVO-B-EXAMENS

Ter overweging

[Harm Boertien]

Inleiding

Bij de regionale examenbesprekingen eind mei 2005 waren de docenten unaniem van mening dat er in de havo-B-examens meer aandacht voor algebra moet zijn. Het is goed het ontstaan van zo'n wens te begrijpen en te overdenken wat het gevolg van het tegemoetkomen aan die wens kan inhouden. In dit artikel gaan we daarop in. Daarbij gebruiken we de gevonden examenresultaten zoals die in dit nummer van Euclides zijn gepresenteerd (zie pagina 2 e.v.)
Een examen is de boodschapper van wat de leerlingen tijdens hun onderwijs opsteken. Daarover ontstaat altijd discussie. Allerlei vragen komen bovendrijven. Schetsen de examenresultaten een juist beeld? Waarvan? Is de beoordeling die de betrokkenen van de examenresultaten geven juist of gekleurd omdat men een andere boodschap wenst? Op dergelijke vragen moet men al discussiërend een onderbouwd antwoord trachten te vinden.
Hierna is geprobeerd daarmee een begin te maken door min of meer verifieerbare gegevens bij de examenresultaten vast te stellen door algemene ervaringen, feiten, trends en meningen te inventariseren. Over de interpretatie ervan kan men uiteraard altijd twisten. Maar het gaat er natuurlijk wel om, een antwoord te geven waarmee men de data beter kan begrijpen.
Natuurlijk is niet elk argument in dit stuk wetenschappelijk geselecteerd en gecontroleerd. Voordat dat gebeurd is, is Nederland minstens 10 jaar verder en we moeten wel zo mogelijk op kortere termijn weten hoe de examens beter zouden kunnen aansluiten bij de wensen in het onderwijsveld.
Kortom, dit stuk is ook voor een belangrijk deel opiniërend van aard. Het achterliggende (minimale) doel ervan is dat er in wiskundeland vaker en systematisch over de plaats van algebra in het onderwijs en in het examen nagedacht zal worden.

Eerst komen ervaringen rond de examenconstructie aan bod. Daarna beschrijven we waargenomen tegenstrijdigheden tussen de wensen en feitelijke examenresultaten. Vervolgens poneren we hypotheses die deze tegenstrijdigheden kunnen verklaren. Tenslotte bediscussiëren we of er een oplossing is voor het besproken probleem.

Examenconstructie

Om goede opgaven voor examens te krijgen worden ze in een aantal scholen getest[1]. Veel onvolkomenheden (en soms fouten) worden daarmee vermeden. De leerlingenresultaten bij het testen van de opgaven geven een globaal beeld van de uitkomsten die we op het examen mogen verwachten. Een nauwkeurige voorspelling van eindexamenresultaten is vooraf niet mogelijk. Na het testen brengen we namelijk soms verbeteringen en wijzigingen in de opgaven aan en het testen vindt niet plaats onder examenomstandigheden. Hierdoor kan een examen soms onverwacht mee- of tegenvallen. De CEVO stelt dan ook de normering vast op basis van de behaalde examenresultaten.
De normering is afhankelijk van prestaties die leerlingen leveren. Het is belangrijk dat elk jaar even zware eisen aan de kandidaten worden gesteld om een voldoende te halen voor een examen.
Normaal is de N-term gelijk aan 1, maar bij een gemakkelijk examen wordt die kleiner dan 1, bij een moeilijk examen groter dan 1 (zie [2] voor de manier waarop dit gebeurt).

Een examen moet optimaal de inhoud van het examenprogramma bestrijken. Leerlingen moeten bij het oplossen van de opgaven laten zien de vaardigheden (zie eindtermen) te beheersen die men bedoelt te toetsen. Uit de eindtermen is echter niet

Een familie van functies is gegeven door $h(x)=(p-x^2)(6+x)$, waarbij p elk reëel getal kan voorstellen. De familie bestaat uit een oneindig aantal functies, elk met hun eigen waarde van p.
De grafiek van h heeft twee toppen A en B. Aangetoond kan worden dat de x-coördinaten van deze twee toppen (x_A en x_B) als volgt afhangen van de waarde van p:

$$x_A=-2-\sqrt{\frac{1}{3}p+4} \quad \text{en} \quad x_B=-2+\sqrt{\frac{1}{3}p+4}$$

5p **1** ☐ Bereken algebraïsch voor welke waarde van p het verschil x_B-x_A gelijk is aan 8.

Een familie van functies is gegeven door $h(x)=(x+4)(p+4x-x^2)$, waarbij p elk reëel getal kan voorstellen.
De grafiek van h heeft twee toppen A en B. Punt A ligt links van de y-as en punt B rechts van de y-as.
Aangetoond kan worden dat de x-coördinaten van deze twee toppen (x_A en x_B) als volgt afhangen van de waarde van p:

$$x_A=-\sqrt{\frac{p+16}{3}} \quad \text{en} \quad x_B=\sqrt{\frac{p+16}{3}}$$

3p **1** ☐ Bereken algebraïsch voor welke waarde van p geldt dat $x_B=8$.

FIGUUR 1
FIGUUR 2

zonder meer af te leiden welke soorten (bijvoorbeeld eenvoudige, complexe, abstracte) opgaven er in het examen moeten komen. Tijdens de weg van eindterm tot opgave moeten heel wat keuzes gemaakt worden. Daartoe worden er criteria gebruikt. Zo is een belangrijk criterium voor het selecteren van opgaven dat ze goed maakbaar moeten zijn door de leerlingen, niet te moeilijk en niet te gemakkelijk (p′-waarde niet te laag of te hoog). Een psychometrische eis aan de vragen is ook dat ze goed onderscheid maken tussen wiskundig vaardige en minder vaardige leerlingen.

Tegenstrijdige wensen bij een examen

Veel docenten vinden het havo-B-examen van 2005 veel te eenvoudig voor wat hun leerlingen geleerd hebben; zij wensen een qua inhoud rijker (meer algebra en meer complexe vragen) maar daarmee ook moeilijker examen. Hun wensen staan echter op gespannen voet met de scoreresultaten van het examen.

Wensen van docenten

De wensen van docenten gaan dit jaar (en in mindere mate ook vorig jaar) bij het examen over:
- exact versus taal: graag meer algebra in het examen, minder wiskunde-A-achtige vragen;
- de soort vragen: minder ‘1-staps-vragen’ en ‘gezond-verstand-vragen’, meer ‘echte vragen’ (meer wiskunde vereisende en complexere vragen);
- voorkomen dat de vereiste precisie en detaillering in uitkomsten en redeneringen problemen opleveren (vooral actueel bij het gebruik van het correctie-voorschrift).

Ervaringen bij de examenconstructie en scoreresultaten

Bij het testen van de opgaven voor de examens 2005 van B1 en B12 bleek al dat de leerlingen bepaalde vragen heel moeilijk vonden. Met name de vragen waar algebraïsch modelleren en algebra aan te pas kwamen, scoorden zo laag dat (ongewijzigde) opname in het examen niet verantwoord was. Deels zijn die vragen weggelaten en deels zijn ze vereenvoudigd. Een voorbeeld van zo’n vraag die vereenvoudigd is, staat in figuur 1.
Deze vraag had een p′-waarde van 27. Hij is daarom veranderd in de vereenvoudigde vraag zoals is opgenomen als figuur 2.
Daarbij kan worden opgemerkt dat de functie h is veranderd vanwege andere aanpassingen elders in de opgave.

De vereenvoudiging van deze vraag betreft het sterk reduceren van het aantal benodigde algebraïsche bewerkingen. In de examenbespreking elders in dit nummer (zie pagina 2 e.v.) is te zien dat deze poging tot vereenvoudiging goed is gelukt: voor de aangepaste vraag geldt: p′ = 74. In deze examenbespreking is ook te zien dat over het algemeen de vereenvoudiging van het examen goed gelukt is (volgens sommige docenten te goed).

Uit de examenresultaten blijkt dat de geconstateerde problemen rond algebraïsch getinte vragen niet alleen bij het testen van de opgaven, maar ook in het landelijk examen naar voren komen. De gegeven resultaten leiden tot de vaststelling dat ook vereenvoudigde modelleervragen (met als resultaat een vergelijking of formule) en algebraïsch getinte vragen heel slecht gemaakt worden; zie hiervoor ook de examenvragen van havo-B1 nrs. 8, 11 en 22 (zie figuur 3) en havo-B12 nrs. 6, 9 (zie figuur 4) en 21. (*Vraag havo B12-21 komt overeen met die in figuur 2*; red.) [3]
Verder kunnen leerlingen iets ingewikkelder vragen niet zonder instap/opstap/inleiding beantwoorden: vragen waarbij enkele zaken gecombineerd moeten

(Uit: HAVO-B1 2005, Alcohol en rijvaardigheid)
Van de Nederlanders die 15 jaar of ouder zijn, is 48% man en 52% vrouw.
Uit het genoemde onderzoek bleek dat van *alle* Nederlanders van 15 jaar en ouder 80% wel eens alcohol gebruikt.

4p **8** ☐ Bereken hoeveel procent van de vrouwen wel eens alcohol gebruikt

(Uit: HAVO-B1 2005, Nederlandse Spoorwegen)
Wordt de controle-intensiteit op een bepaald traject gelijkgesteld aan p (in %), dan is de kans dat een reiziger in de spitsuren van een werkweek (10 ritten) geen enkele maal gecontroleerd wordt gelijk aan $(1 - 0{,}01p)^{10}$.

3p **11** ☐ Toon dit aan.

(Uit: HAVO-B1 2005, Derdegraadsfuncties)
Gegeven is de functie $f(x) = -x^3 + 27x + 44$.
Een familie functies is gegeven door $h(x) = (x+4)(p+4x-x^2)$, waarbij p elk reëel getal kan voorstellen.

3p **22** ☐ Toon aan met behulp van algebra dat er een waarde van p is waarbij de bijbehorende functie h gelijk is aan de functie f.

FIGUUR 3

worden, scoren heel slecht. Ook hebben volgens docenten leerlingen vaak geen idee hoe een wiskundige verantwoording voor een antwoord hoort te zijn. Deze ervaringen op het examen van 2005 komen overeen met de klachten in de afgelopen jaren op hbo-instellingen waar bij de instromende havo-B-leerlingen ook een groot tekort aan beheersing van algebraïsche vaardigheden geconstateerd werd.

Hypotheses

Zoals gezegd claimen veel docenten dat hun leerlingen veel meer aankunnen dan in het examen gevraagd wordt. Deze claim is strijdig met genoemde ervaringen bij examenresultaten. Als men de wensen van de docenten voor het examen (meer algebra) zonder meer zou honoreren, dan zal er volgens de examendata een groot aantal veel te moeilijke vragen in het examen komen, wat zal leiden tot erg lage scores.
Redenen voor het ontstaan van deze tegenstrijdigheid kunnen zijn:
- Bij de invoering van de tweede fase zijn de contacturen voor het vak wiskunde behoorlijk ingeperkt en is de organisatie van het leerproces drastisch veranderd. De nadruk is gelegd op zelfstandig leren/studeren. Wiskunde is voor de meeste leerlingen echter geen zelfstandig aan te leren vak. Daardoor ontstaat er bij kleine aantallen en bij weinig structuur in de manier van studeren te weinig diepgang in de verwerking van de leerstof. De leerlingen kunnen daardoor alleen die vragen maken die ze in vrijwel dezelfde vorm geoefend hebben. Bij moeilijker vragen zullen er dan relatief zeer veel leerlingen afhaken, die bij de eenvoudige vragen wel goed scoren.
- Docenten geven op school doorgaans toetsen die voor een belangrijk deel opgaven bevatten die een zeer goede afspiegeling zijn van het gegeven onderwijs. De opgaven lijken heel veel op wat (in de boeken en in de les) behandeld is. De leerlingresultaten op de schoolexamens zijn daardoor redelijk goed. Dat leidt ertoe dat docenten de kennis en vaardigheden van hun leerlingen overschatten. Bij opgaven waar de vraagstellingen wat meer afwijken van de ‘toevallige leergang’ die men op school hanteert, scoren de leerlingen veel lager.
- Examens houden rekening met de eindtermen en zijn bedoeld voor alle scholen. De examenopgaven doen een beroep op de aangeleerde vaardigheden met vragen, die vaak niet zo in de leergang voorkomen en die voor de leerlingen (relatief) nieuwe elementen bevatten. De leerlingen die hun vaardigheden slecht buiten de aangeleerde contexten kunnen demonstreren, scoren daarop veel lager dan verwacht.
- Om toch goede scores op het examen te krijgen worden de examenopgaven na een uitprobeerfase aangepast aan het waargenomen (lage) niveau van de leerlingen. Veel algebravragen zijn te moeilijk en kunnen niet in het examen opgenomen worden. Meestal zijn de algebravragen die in het examen worden opgenomen (sterk) vereenvoudigd. Hierdoor wordt er relatief weinig algebra in het examen gevraagd. Docenten vinden dan dat het examen niet voldoende opgaven op niveau bevat.

Gevolgen van het tegemoetkomen aan de wensen

Tegemoetkomen aan de wens om meer algebra en meer ‘2-stapsvragen’ in het examen op te nemen betekent dat de p′-waarde drastisch daalt. Dit valt als volgt in te zien.
Stel dat we het B1-examen van 2005 als uitgangspunt kiezen: 22 vragen en met een lengte van de scoreschaal gelijk aan 82. We nemen verder aan dat het examen uit twee soorten vragen bestaat: uit moeilijke (p′ ≤ 35) en gemakkelijke vragen (p’ > 35). In het B1-examen vinden we dan 4 moeilijke en 18 gemakkelijke vragen. Voor beide soorten vragen

(Uit: HAVO-B12 2005, Zeegolven)

Diepte (in m)	0	5	15
Diameter (in m)	5,000	1,060	0,048

3p **6** ☐ Laat door een berekening zien dat de gegevens in bovenstaande tabel ongeveer passen in een exponentieel model.

(Uit: HAVO-B12 2005, Zeegolven)

De gegeven formule $d = H \cdot e^{\frac{-2\pi x}{L}}$ kan voor deze situatie worden omgewerkt tot een formule waarbij H wordt uitgedrukt in L.

3p **9** ☐ Druk H in L uit.

FIGUUR 4

kiezen we één p′-waarde, het gemiddelde. Voor de moeilijke vragen van het B1-examen vinden we p′ = 25,8 en voor de gemakkelijke vragen p′ = 66,7. Samen moeten ze de gemiddelde p′-waarde van 59,3 opleveren. We zullen in het vervolg van de berekening deze waarden hanteren als we spreken van moeilijke en gemakkelijke vragen.
De vraag is wat er met het aantal onvoldoendes gebeurt als we gemakkelijke vragen voor moeilijke inwisselen. Berekeningen met N-term = 1 en gelijkblijvende standaarddeviatie van de scoreverdeling leiden er dan toe dat bij het wisselen van slechts twee vragen (zes in plaats van vier moeilijke vragen) een gemakkelijk examen met 25% onvoldoendes verandert in een redelijk moeilijk examen met ongeveer 34% onvoldoendes. Nog één moeilijke vraag erbij en de docenten zullen het examen met 38% onvoldoendes te moeilijk vinden. Kortom: het is niet eenvoudig veel meer algebra in het examen te plaatsen. Zeker niet als men enkele van de overige vragen die nu relatief eenvoudig (1-stapsvragen) genoemd worden, ook nog eens moeilijker maakt.

Discussie

Discussie over deze punten, met voorstellen die kunnen leiden tot een betere samenstelling van examens, is welkom. Hierbij speelt ook mee wat de gewenste vorm van algebra-opgaven is met als centrale vraag: 'Welke algebra?' Terug naar de algebra van de jaren '60 en '70 vindt men doorgaans geen goede optie, algebra met behulp van softwarepakketten behoort nog niet tot de mogelijkheden. Ook zijn er geen andere algebraïsch getinte 'talen' voorhanden waarmee leerlingen zouden kunnen werken (een eenvoudig soort Pascal aangevuld met GR-formules bijvoorbeeld).
Men zou zich kunnen voorstellen dat een goede eigentijdse vorm voor algebra is om inzicht in de algebra-expressies te combineren met andere aanverwante vaardigheden, bijvoorbeeld modelleren en herleiden. De betekenis van de algebraïsche expressies blijft dan bij de vragen op de achtergrond meespelen. Maar in dit geval komen niet alle aspecten van de algebra tot hun recht. Het formeel manipuleren met algebraïsche formules blijft buiten het gezichtsveld. Een voorwaarde voor dit formeel kunnen (om)vormen van algebraïsche expressies is namelijk dat men deze kan doorzien zonder de betekenis van de symbolen afzonderlijk te kennen. Bij het toetsen van algebraïsche vaardigheden in een examen kan men zich richten op verschillende stadia in het kunnen abstraheren van de werkelijkheid. Dit leidt tot verschillende soorten vragen, waarvan de ene soort meer abstractie vooronderstelt dan de andere. Blijft over de vraag of eenvoudige abstracte vragen in een examen wel de vragen zijn die men eigenlijk zou willen stellen.

Noten

[1] Zie voor nadere informatie over de examenconstructie ook het artikel van Ameling Algra en Ger Limpens in het septembernummer van Euclides 2004 nr. 1, jaargang 80.
[2] Nadere informatie over de N-term is te vinden op www.citogroep.nl/vo/ce/havovwo/ex2005/eind_fr.htm. Zie 'veelgestelde vragen (FAQ)' > 'Wat is de normeringsmethode?' > 'Uitleg over de methode zelf'. Een algemeen achtergrondstuk over de N-term is ook te vinden onder http://toetswijzer.kennisnet.nl/html/normering/home.htm.
[3] De volledige examens kunnen worden gedownload via www.citogroep.nl.

Over de auteur

Harm Boertien (e-mailadres: harm.boertien@citogroep.nl) is wiskundemedewerker en examenmaker van de Citogroep.

ERVARINGEN MET EEN EXAMENKLAS VMBO-GL/TL 2005

Een wiskundedocent schrijft over zijn examenklas en het examenprogramma wiskunde voor de gemengde en theoretische leerweg.

[Rob Kronenberg]

FIGUUR 1

5p ○ 16 Anna maakt met zeven dobbelstenen een ander bouwwerk. Zie de foto hieronder.



In de uitwerkbijlage bij vraag 16 zie je een gedeelte getekend van het model van het bouwwerk dat ze gemaakt heeft. In bovenstaande foto is aangegeven welke lijnen al in de uitwerkbijlage getekend zijn. De onzichtbare lijnen worden gestippeld.

→ Maak de tekening van bovenstaand bouwwerk in de uitwerkbijlage af. Je hoeft de stippen op de dobbelstenen niet te tekenen.

De klas

In eerste instantie was ik blij met mijn examenklas 4TG3. De klas telde slechts vierentwintig leerlingen, een flink contrast met de dertig van vorig jaar. De samenstelling van de klas was ook totaal anders. Had ik vorig jaar een klas met de helft meisjes, dit jaar zaten er maar vier meisjes in mijn examenklas. Het is, denk ik, logisch dat de verhouding jongens en meisjes invloed kan hebben op de werkhouding en de sfeer in de klas. Deze vond ik dit jaar – ondanks de kleinere klas - een stuk minder goed dan vorig jaar. Ik was weliswaar mentor van deze groep, maar ik kreeg er niet zoveel vat op. Er gebeurde van alles wat niet door de beugel kon: spijbelen, te laat of helemaal niet komen opdagen bij toetsen, enzovoort. De leerlingen maten zich een nonchalante houding aan. Door dat alles verwachtte ik eigenlijk een slechter examenresultaat dan vorig jaar.

De organisatie

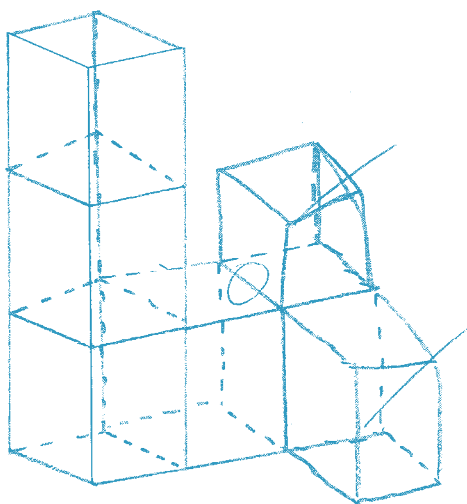
Bij ons op school (ongeveer 1600 leerlingen vmbo-havo-vwo) hebben we een systeem waarbij per groep één leraar verantwoordelijk is voor de planning en de organisatie. Dat houdt in dat die persoon ervoor zorgt dat de jaarplanning en de stof van de toetsen overeenkomt met het PTA en dat er afspraken gemaakt worden met de collega's die parallel lesgeven over wie bijvoorbeeld de schoolexamens maakt. Naast 3H en 3A doe ik 4TG (theoretische en gemengde leerweg); daarbij probeer ik het voor mezelf en de leerlingen zo duidelijk mogelijk te houden. De leerlingen krijgen aan het begin van het jaar een planning op één A4-tje waarop alle belangrijke tijdstippen vermeld staan: welke stof in welke week af moet zijn, de data van deeltoetsen, toetsweken en 'studieverlof' (het woord 'vakantie' gebruik ik in 4TG wel, maar dat heeft dan betrekking op mijzelf, waar lachend op gereageerd wordt), de inleverdata van bepaalde opdrachten, het tijdstip waarop het sectorwerkstuk klaar moet zijn, en de data van de centrale examens. Het voordeel van zo'n A4-tje ten opzichte van het PTA is dat de leerlingen deze planning bij hun werk kunnen bewaren. Anderen die het binnen enkele weken kwijt zijn kunnen weer gemakkelijk van een kopietje worden voorzien.

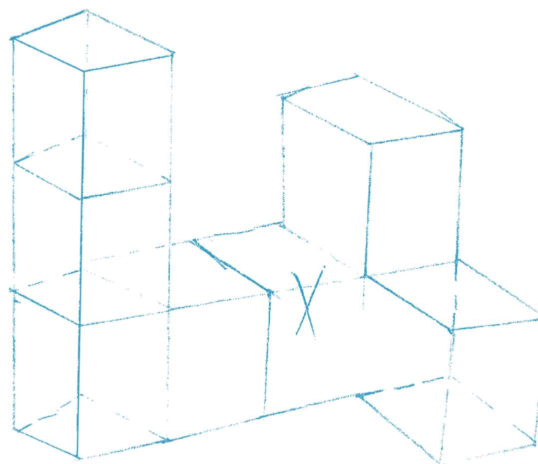
De voorbereiding

Het probleem om de leerlingen te motiveren in het examenjaar en gemotiveerd te houden door het schooljaar heen is groot. Er zit denk ik voor de leerlingen minder uitdaging in de huidige stof dan vroeger op de mavo. Ook komen er in het vierde leerjaar nauwelijks nieuwe onderwerpen aan bod. Deels is dit volgens mij te wijten aan de constante verlaging van de examennormen en het schrappen van moeilijker onderwerpen in de examenstof. Als ik de boeken van *Getal en Ruimte* editie 2002 die we momenteel gebruiken, vergelijk met de uitgave 4M-CD voor mavo van 1989, dan zijn de verschillen erg groot. Denk maar eens aan onderwerpen als stelsels vergelijkingen, ongelijkheden, cirkels, raaklijnen, puntverzamelingen, functies, sinusregel, cosinusregel, vectoren en afbeeldingen. Misschien gaat deze vergelijking mank; vmbo-TL en mavo kunnen immers niet goed vergeleken worden. Toch heb ik mijn twijfels. Er zijn nog steeds leerlingen die havo gaan doen na TL, en dat moet ook kunnen, maar zij hebben een flinke achterstand ten opzichte van een 3-havo-leerling, zeker wat betreft algebraïsche vaardigheden en functies. Wij geven dan ook na de examens een cursus om de hiaten weg te werken.

Je zou kunnen denken dat er iets anders voor in de plaats is gekomen, maar dat beperkt zich grotendeels

FIGUUR 2





tot het gebruik van computer en rekenmachine. Daarnaast wordt er aandacht besteed aan diverse verbanden en wordt er geproefd aan het rekenen in een driedimensionaal assenstelsel.
Een aantal formules voor oppervlakte en inhoud hoeven de kandidaten niet meer uit het hoofd te kennen. Het tweede boek in klas 4 beperkt zich tot algemene herhaling en examentraining, wat nu ook niet direct uitnodigt tot harder werken. Op deze manier bereiden we onze leerlingen in vier jaar voor op een examen waarin niet alle stof gevraagd wordt en waar een logisch denkende leerling met enige basiskennis en een redelijk redeneervermogen tamelijk gemakkelijk een voldoende voor kan halen, zeker nu het zogenoemde 'breien' niet meer hoeft te worden fout gerekend. Omdat onze schooltoetsen zeker niet té gemakkelijk zijn, gaan leerlingen toch met wat 'gezonde angst' op voor het examen. Daar was op zich niet veel reden toe, want het gemiddelde van de schoolexamens was een 6,4 en er waren weliswaar drie onvoldoendes maar niemand stond er hopeloos voor, de andere vakken meegerekend.

De laatste loodjes

Als de reguliere lessen zijn afgelopen, hebben we nog een paar weken te overbruggen voordat de examens beginnen. Deze tijd besteden we aan facultatieve lessen. Ook kunnen de leerlingen zich inschrijven voor een oefenexamen van een vak naar keuze.
Uit de drie examengroepen TG die wij dit jaar voor wiskunde hadden, hadden 35 leerlingen zich voor dit oefenexamen opgegeven. Hiervan zijn er 30 komen opdagen. Ik had een 'pittig' proefexamen samengesteld uit oude examens, met de nadruk op meetkunde en goniometrie. Het proefexamen werd gehouden in een gymzaal die uiteraard al volledig ingericht was voor de examens. De volgende dag is het proefexamen besproken.

Het examen

Op donderdag 26 mei was gelukkig iedereen aanwezig bij het centrale examen. Ik heb er zelf bijgezeten, omdat ik de volgende dag naar de centrale examenbespreking in Utrecht moest en dus het werk direct wilde meenemen. Om het examen serieus en goed uit te werken had ik zelf ongeveer 50 minuten nodig. Dit vond ik vrij lang, maar het kwam vooral omdat veel tijd ging zitten in de vraag over het bouwwerkje van zeven dobbelstenen (*Dobbelstenen stapelen*) dat in perspectief getekend moest worden, met stippellijntjes en al; zie figuur 1. Het moet voor de leerlingen erg moeilijk zijn geweest om dit precies te tekenen. Er waren drie ribben van het bouwwerk gegeven op de bijlage én op een foto. Deze lijnen kwamen qua lengte en oriëntatie niet helemaal overeen, waardoor de dobbelstenen meer op balkjes gingen lijken dan op kubusjes. Daar kwam nog bij dat je eigenlijk met verdwijnpunten zou moeten werken om het bouwwerk na te tekenen. Dat hadden enkele leerlingen dan ook geprobeerd; zie figuur 2. Ook het nakijken van deze vraag leverde problemen op. Als je deze vraag met een timmermansoog zou corrigeren, dan bleven bij veel leerlingen van de vijf te vergeven punten er niet veel over. Dat hier flinke verschillen zaten in de manier van beoordelen, bleek wel uit het feit dat ik bij deze vraag gemiddeld ongeveer twee punten minder heb gegeven dan degene van wie ik de tweede correctie heb uitgevoerd. Bovendien is deze vraag voor leerlingen met een enigszins technische achtergrond eenvoudiger dan voor andere leerlingen. Dat brengt mij bij het probleem van het ene jaar meetkunde examineren en het andere jaar informatieverwerking en statistiek: het resulteert direct in verschillende moeilijkheidsgraden van examens van twee opvolgende jaren. Hopelijk wordt deze manier van examineren snel teruggedraaid.
Voor de rest vond ik dit examen redelijk qua niveau; wel jammer dat er zo weinig goniometrie in werd gevraagd.
De leerlingen hadden blijkbaar hun tijd wel nodig, want ongeveer negentig procent bleef tot het einde van de zitting. Toch waren de reacties gematigd positief. Ze vonden het veel en er zaten lastige vragen bij, maar er zaten genoeg gemakkelijke vragen tussen om een voldoende te halen. Dat bleek ook wel bij het nakijken. Het gemiddelde puntenaantal na eerste correctie was bijna 60 van de 91. Na de tweede correctie is dat zelfs nog meer geworden, en toen de examennorm bekend werd nóg weer meer. Dat betekent dat bij ons het gemiddelde examencijfer (zoals tot nu toe elk jaar sinds de vernieuwde examens) ruim boven dat van de schoolexamens kwam te liggen: het scheelde ongeveer één punt. Maar dit is voor mij vooralsnog geen reden om het niveau van de schoolexamentoetsen aan te passen. En gelukkig is de hele klas geslaagd.

Over de auteur

Rob Kronenberg (e-mailadres: rob.kronenberg@home.nl) is docent wiskunde aan de Thorbecke Scholengemeenschap te Zwolle.

1487. *De functie f is gedefinieerd door*

$$f(x) = \frac{x - |x-a|}{x + |x-a|}\,; \qquad a \neq 0.$$

a. *Teken de grafiek van de functie f voor* $a = 3$.
b. *Teken de grafiek van de functie f voor* $a = -2$.
c. *Als de grafiek van de functie f een vertikale asymptoot heeft, bewijs dan dat* $a < 0$ *is.*
d. *Welke waarden kan* $f(x)$ *aannemen, als* $a > 0$ *is?*

1494. *Van een recht parallelepipedum (blok) ABCD–EFGH is het grondvlak ABC een vierkant;* $AB = 4$ *en* $AE = 8$. *Op de ribbe AB ligt een punt P, op de ribbe BC ligt een punt Q en op de ribbe HE ligt een punt R;* $AP = BQ = HR = 3$. *V is het vlak door de lijn AQ evenwijdig aan de lijn BR. S is het snijpunt van V met de ribbe CG.*
a. *Construeer in een projectiefiguur van het parallelepipedum de doorsnede van dit lichaam met V en bereken de lengte van CS.*
b. *Bewijs dat de lijnen AQ en HP elkaar loodrecht kruisen.*
c. *Bereken de tangens van de hoek, die V met het vlak ABCD maakt.*

1498. *Gegeven zijn de parabool* $y^2 = 4x$ *en de cirkel* $(x-2)^2 + y^2 = 8$. *V is de verzameling van de raaklijnen van de parabool, waarvan het raakpunt binnen de cirkel ligt.*
a. *Stel de vergelijkingen op van de raaklijnen van de parabool, die een afstand* $3^1/_2$ *tot het punt* $(4; 0)$ *hebben. Behoren deze raaklijnen tot de verzameling V?*
b. *Bepaal de verzameling van de punten, waarvan de poollijn ten opzichte van de cirkel tot V behoort. Teken deze verzameling.*

Enkele opgaven uit het examen vhmo 1965, zoals gepubliceerd in het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde 53 (1965-1966), blzn. 19-32.
N.B. In jaargang 53 van het Nieuw Tijdschrift. werden de opgaven met uitwerkingen opgenomen. De uitwerkingen zijn hier weggelaten. Enkele vhmo-opgaven uit 1965 werden reeds eerder zonder uitwerking geplaatst in deze rubriek (in nummer 8 van de vorige jaargang).

De rubriek '40 jaar geleden' wordt verzorgd door Martinus van Hoorn (e-mailadres: mc.vanhoorn@wxs.nl), voormalig hoofdredacteur van Euclides (1987-1996).

VERSLAG NVVW-EXAMENBESPREKINGEN 2005

[Marianne Lambriex]

Inleiding

Jarenlang heeft u in Euclides een goed geschreven uitvoerig verslag van de examenbesprekingen geschreven door Jan de Geus aangetroffen. Hij is daarmee gestopt en ondergetekende wil hem voor zijn inzet en tijd bedanken.
De NVvW heeft ook dit jaar door middel van centrale en regionale besprekingen voor de vmbo-, havo- en vwo-examens wiskundedocenten de gelegenheid geboden om op collegiale wijze ervaringen en meningen uit te wisselen over het CSE.

Indien mogelijk wordt op de werkdag volgend op het betreffende CSE de centrale bespreking georganiseerd. Deze centrale bespreking is landelijk en dient ter voorbereiding van de regionale besprekingen. Voor deze bijeenkomst, onder voorzitterschap van een afgevaardigde van de NVvW, worden uitgenodigd de vertegenwoordigers van Cito, CEVO, constructiegroep en de Inspectie en de voorzitters van de regionale besprekingen. Tijdens deze bespreking wordt het examen vraag voor vraag onder de loep gehouden en wordt er een verslag gemaakt met aanvullingen op het bindende correctievoorschrift (CV). Soms geeft deze vergadering het advies aan de CEVO een erratum op te stellen; het is aan de CEVO om dit advies al dan niet op te volgen. Het verslag wordt diezelfde avond uitgewerkt en naar alle leden van de centrale bespreking verstuurd en na eventuele correcties onmiddellijk na de regionale besprekingen op de site van de vereniging geplaatst.

Zo snel mogelijk na het betreffende CSE worden de regionale besprekingen gehouden. Deze staan onder voorzitterschap van een afgevaardigd lid van de vereniging, een docent die lesgeeft aan examenklassen. Deze bijeenkomsten zijn openbaar en worden door zowel leden als niet-leden van de vereniging bezocht. Het examen wordt grondig besproken en ook het verslag met de aanvullingen van de centrale bespreking komt ter tafel. Soms komen er toch nog onverwachte zaken bovendrijven; daarover wordt dan weer contact met de CEVO opgenomen.

Ook van deze regionale bijeenkomsten zijn verslagen gemaakt. Deze zijn eerst naar Cito/CEVO gezonden met het verzoek de daarin gemaakte opmerkingen onder andere te gebruiken bij het opstellen van toekomstige examens. Daarna zijn de verslagen naar ondergetekende verzonden om er een naar ik hoop leesbare en representatieve samenvatting van te maken.
Om de leesbaarheid van dit verslag te vergroten adviseer ik u de examens erbij te nemen, daar het verslag zo beknopt mogelijk geschreven is.

Vmbo-BB

Op grond van de ervaringen van twee jaar geleden werden er ook dit jaar geen examenbesprekingen voor het vmbo-BB georganiseerd. Toch wil ik u de reacties niet onthouden die op de website verschenen. Daaruit bleek dat enkele collega's het examen voorgaande jaren te gemakkelijk vonden en nu dramatisch moeilijker, wat ook blijkt uit de N-term: 1,8. Stiekem werd gehoopt op de terugkomst van het oude A. Ook werd de vraag gesteld waarom KB en GL/TL wel de nodige formules krijgen aangereikt en juist de BB-leerlingen niet. Daardoor werd vraag 16 (de oppervlakte van een anti-slipmat uitrekenen) als moeilijk ervaren.
Ook kwamen er opmerkingen over de moeilijkheidsgraad van vraag 3 (sparen voor een DVD-recorder,

waarbij naar boven moest worden afgerond), vraag 7 (het uitrekenen van het totale vermogen van lichtmasten in kilowatt; meer een natuurkundevraag) en vraag 20, over het extrapoleren van de maximale luistertijd, waarbij een exponentieel verband moest worden voortgezet. Dit zijn allemaal vaardigheden die men niet bij BB-leerlingen kan verwachten.

Vmbo-KB en vmbo-GL/TL

De overlap van de KB- en GL/TL-examens was aanzienlijk.
Bij de KB-besprekingen is naar voren gekomen dat er bezwaar wordt gemaakt tegen het rekenen met 3,14 in plaats van π. Volgend jaar wordt aan deze opmerking tegemoet gekomen. Over de vaantjescontext zijn ook de nodige gesprekken gevoerd en een collega waande zich al rijk. Ook was er de vraag waarom de tangens niet op de formulekaart staat.
Verder waren er geen bijzondere opmerkingen over het KB-examen, behalve de *Zandbak*-kwestie van vraag 13, tevens een overlap met vraag 5 uit het GL/TL-examen. Deze zandbakkwestie is ontstaan door het woord 'hele' op een verkeerde plaats in de betreffende zin. De ontwerpers waren tevreden met het antwoord $10 \times 10 = 100$ elementen. Maar menig leerling en leraar vond dat $10 \times 11 = 110$ elementen het goede antwoord was. Over deze kwestie is ook contact met de CEVO gezocht, maar er is geen officiële aanvulling op het CV gekomen en dan moet je de tweede corrector overtuigen dat je leerling dit echt goed ziet. Als de tweede corrector niet meedenkt, dan kun je als docent alleen maar hopen dat hier de gemaakte opmerkingen bij het vaststellen van N-term meewegen.
Men vond dat de examens teveel tekst bevatten.
Grote discussie bij GL/TL-examen dit jaar over één van de vakspecifieke regels in het correctievoorschrift: 'Als in een berekening een notatiefout is gemaakt en als gezien kan worden dat de kandidaat juist gerekend heeft, wordt hiervoor geen scorepunt afgetrokken.' Hieronder valt zeer zeker het fenomeen 'breien'. Vreemd dat dit toch nog voer voor discussie is. Blijft nog de vraag of

$$\tan hoek = \frac{16}{12} = 53^\circ$$

onder breien valt, en of het weglaten van haakjes waar ze wel nodig zijn, valt onder notatiefouten. Dus de traditie zal nog voortgaan, we blijven zoeken naar de juiste manier om notatiefouten te beoordelen.
En zoals alle jaren stond ook algemene regel 3.6 opnieuw ter discussie, aangezien bij onder meer de vragen 1, 3, 6, 7 en 8 van het GL/TL-examen volgens het CV geen uitleg voor gevonden waarden hoeft worden gegeven. In Groningen constateert men dat dit tegenstrijdig is.
Vraag 12 van het GL/TL-examen vond men moeilijk om na te kijken. Ook in vraag 15 viel men over de naamgeving X; men had het punt liever S genoemd, dat volgt op P, Q en R.
Vraag 16 vond men een slechte som voor het examen, moeilijk om na te kijken en op de uitwerkbijlage niet duidelijk getekend. Was het in vraag 17 de bedoeling de leerlingen te testen of ze hun rekenmachine goed kunnen gebruiken? Vraag 24 over de lengte van de pijplijn in zee is niet goed geformuleerd, want volgens de tekening ligt een gedeelte van die pijpleiding op het land. Dit heeft veel leerlingen in verwarring gebracht.

Havo-A12

Een mooi examen, vond men in Den Haag, maar wel met tegenvallende resultaten. Het viel hen daar op dat er meer naar wiskundige kennis/vaardigheden werd gevraagd dan in vorige jaren; gezond verstand alléén was niet voldoende. In Amersfoort constateerde men dat juist algebra nauwelijks meer aan de orde komt. In Zwolle vond men dat de analyse te mager aan bod was gekomen. Groningen vond het een leuk examen. De leesbaarheid, een groter lettertype, wordt als prettig ervaren. De leesbaarheid van de opgaven zelf is echter als matig/voldoende beoordeeld, dyslectische leerlingen zijn nog steeds in het nadeel. Naast de bijlage om uitwerkingen te maken was er een bijlage met informatie. Deze heeft op enkele plaatsen voor verwarring tijdens het examen gezorgd doordat de surveillanten niet doorhadden dat er drie items uitgedeeld moesten worden. Dit moet door de schoolleiding als onrechtmatigheid bij de inspectie gemeld worden.

De keuze van de startvraag werd als goed ervaren - maar wel met de opmerking dat deze veel en nauwkeurig leeswerk vereiste door het grote aantal variabelen, waarbij de letterkeuze van de variabelen niet vanzelfsprekend naar de bijbehorende grootheid gekoppeld kon worden.
Met betrekking tot vraag 4 vroeg men zich in Arnhem/Rozendaal af wat men hier eigenlijk wilde testen, tevens was de tweede regel van het CV onwerkbaar omdat de leerlingen dit vanzelfsprekend vinden en niet als tussenstap zullen noteren.
Vraag 6 werd geschat op niveau groep 7, en men vond dat dit op een boeiender manier gevraagd had kunnen worden. Bij vraag 7 kunnen de opstellers zich de opmerking ter harte nemen dat op de informatiebijlage het duidelijker was geweest als bovenaan in de rechterkolom 'Totaal' was toegevoegd. Over de onderverdeling van de punten is vermoedelijk tussen eerste en tweede corrector veel strijd geleverd.
Een oplettende collega vond dat vraag 8 niet in dit examen thuishoort, want waarom staat een opgave die met de continuïteitscorrectie behoort te worden opgelost in een havo-examen? En uit het CV blijkt dat de opstellers zich daar ook van bewust waren. Ook vraag 9, het berekenen van een standaarddeviatie, leverde in Groningen problemen; men vroeg zich af of deze vraag wel gesteld mag worden als je kijkt naar de eindtermen 45 t/m 47. Vermoedelijk hebben deze twee vragen een grote bijdrage geleverd aan de hoge N-term.
En ook in Amsterdam was vraag 9 aanleiding tot

discussie. Hier werd tevens de gebruikte methode erbij betrokken. De conclusie was: Zo zie je maar dat er door verschillende boekenschrijvers totaal verschillend gedacht wordt over dezelfde eindtermen. Dat emoties rond een examen hoog oplopen bij leerlingen weten we allemaal, maar ook docenten vallen eraan ten prooi. Een collega schrijft: 'Deze vraag verdiende wat mij betreft helemaal geen schoonheidsprijs. Welke idioot zou het in z'n hoofd halen om de standaarddeviatie te willen terugrekenen bij deze gegevens. Ik dacht dat we deze staaltjes van krom contextgebruik zo langzamerhand wel achter ons hadden gelaten. Een logischer vraag zou zijn tot hoeveel biljetten je dagelijks moet aanvullen om te zorgen dat het op minder dan 1,5% van de dagen onvoldoende is.' En de formulering van vraag 10 was ook niet goed genoeg: wat een klein bedrag is, dat vindt men in Amsterdam een rekbaar begrip, immers voor een leerling is 10 euro een 'kleine opname' en 50 euro al best wel een 'grote'.
Vraag 12 leverde veel gespreksstof. In Zwolle vond men deze vraag te lastig voor de havo-leerlingen. De laatste regel in het CV bij deze vraag werd onzinnig genoemd. Men verklaarde unaniem dat het beter zou zijn als de leerlingen zelf een formule hadden moeten bedenken. Niet alleen de vraag maar ook de keuze voor de letter x vond men in Amsterdam erg ongelukkig.
Vraag 14 is op meerdere manieren te interpreteren. Ten eerste zoals de makers het bedoelden en zoals dat dus blijkt uit het CV. Ten tweede: het principe van op vaste maanden bestellen is de manier die vergeleken moest worden met de goedkoopste manier van bestellen (245 keer) en dan is het niet nodig om twee én drie maanden in het antwoord te verwerken. Unaniem en terecht is de kritiek op deze formulering van de vraag. In Groningen en Amsterdam maakte men bij vraag 16 een vergelijking met het CV van het examen vwo wiskunde A waar bij een soortgelijke vraagstelling wel punten werden toegekend als er een foute aanpak was, bijvoorbeeld bij trekken met teruglegging. De formulering van vraag 17 zorgde ervoor dat enkele leerlingen in de war zijn geraakt door de letter B van de kleur blauw en letter B van team B.
In de uitwerking van vraag 20 wordt er ineens gerekend met een behoorlijke precisie, terwijl de gegevens erop duiden dat je gerust op duizenden dan wel miljoenen kunt afronden.
Unaniem was de kritiek op vraag 21, een slechte vraagstelling. Hierin had moeten staan: 'voor het eerst' - maar de leerlingen kennen dit soort vragen en zijn er niet door in verwarring geraakt. In Amsterdam vroeg men zich af wat er eigenlijk getoetst wordt in deze vraag.

Men vond dat in het CV in algemene termen richtlijnen gegeven kunnen worden wat er precies bedoeld wordt met een duidelijke toelichting van het GR-gebruik. Over de gedetailleerdheid van het CV waren niet veel aanmerkingen, maar wel over de verdeling van de punten, zoals bij vraag 21. In Arnhem/Roozendaal stelde men dat men met het gegeven CV en de centraal besproken verduidelijking goed kon leven.

Havo-B1 en havo-B12

Zowel B1 als B12 was erg gemakkelijk, met een aantal leuke originele onderdelen voor B1. In het algemeen konden er teveel punten gescoord worden met alleen het gezonde verstand. B1 had een te sterk A-gehalte met veel éénstapsvragen. B12 bevatte te weinig algebra. Vooral in Rotterdam was men daar boos over. En beide examens bestonden zoals al veel jaren uit heel veel tekst. De verhouding tussen concreet numeriek werk met de grafische rekenmachine enerzijds en meer algebraïsche zaken anderzijds werd scheef gevonden. In de vraagstelling is er weinig houvast met betrekking tot de nauwkeurigheid van het antwoord, waarbij tussentijds afronden vaak vervelende gevolgen heeft. De leerlingen waren in het algemeen tevreden, de B1-ers hadden geen tijdnood, de B12-ers zaten een beetje krap. Een algemene opmerking is het vermelden waard. Rekenfouten op een schaal van 82 wegen zwaarder dan vroeger en de N-factor geeft het Cito de mogelijkheid te verbloemen dat ze hun werk niet goed doen. Verder kwam de vraag naar voren in hoeverre de leerlingen gebruik mogen maken van programma's die van het internet gedownload kunnen worden.

De startvraag was zo eenvoudig dat veel leerlingen er onzeker van werden of ze het wel goed begrepen. 'Modderstroom' was een overlappende context, en een van de weinige waar geen opmerkingen over gemaakt zijn. Een heel stil compliment.

Eerst kijken we naar de reacties op het B1-examen. Bij vraag 5 moest je wel erg nauwkeurig meten om aan het CV te voldoen. Zo redeneren weinig leerlingen.
Aan vraag 6 gaat veel te veel tekst vooraf. En menigeen vraagt zich af of de politie echt zo nauwkeurig op drie decimalen rekent. De antwoorden werden niet als realistisch ervaren. En vandaar een veel voorkomende opmerking bij vraag 7, laat de opstellers iets toevoegen als 'rond af op een verantwoord aantal decimalen'.
De algemene constatering was dat vraag 11 zeer slecht is gemaakt.
In vraag 15 was het niet duidelijk dat de getallen gebruikt mochten worden die voorafgaand aan vraag 14 gegeven waren. De tekst was mogelijk te lang. Dat bij vraag 15 en 16 in beide gevallen met de vuistregel gewerkt kon worden was een beetje veel van het goede.

Over het B12-examen werd het volgende gemeld.
Vraag 6, het controleren van een exponentieel model, vonden de leerlingen erg moeilijk.
Vraag 9 heeft de nodige discussie uitgelokt omdat het

plaatje suggereerde dat je L in H moest uitdrukken en veel leerlingen dat dan ook gedaan hadden.
Vraag 10 lokte een uitgebreide discussie uit over al dan niet stippelen. Hoeveel punten er nog gegeven konden worden als bij vraag 12 een verkeerde hoek was uitgerekend maar bij dat uitrekenen er wel vaardigheden werden getoond die men wilde toetsen?
Vraag 13 is heel slecht gemaakt. De 5 decimalen van de hoek in het antwoord in het CV zijn echt overdreven.
Bij vraag 14 gebruikte geen enkele leerling het punt R. Men vond dat van vraag 15 het antwoord eigenlijk 21° zou moeten zijn, want de 20° wordt niet gehaald.
Unaniem: in vraag 17 zag men liever iets anders dan '*bereken* de formule', bijvoorbeeld '*bepaal…*' of '*stel op…*'.
Vraag 18 werd gezien als stapelvraag en dus afgekeurd: een fout in 17 kan grote gevolgen hebben in vraag 18.

Het grootste gedeelte van de laatste opgave, 'Derdegraadsfuncties', kwam voor in zowel het B1- als het B12-examen. Van vraag 20-B1 (= 19-B12) vond men het laatste gegeven punt in het CV erg kinderachtig. Veel leerlingen vinden dat vanzelfsprekend en schrijven het niet op. Waarom in vraag 22-B1 (= 21-B12) niet gewoon gevraagd naar 'algebraïsch' in plaats van de formulering 'toon aan met behulp van algebra'? In deze opgave blijkt dat haakjes wegwerken een vaardigheid is die als je die niet beheerst je helemaal vastloopt. Over vraag 22-B12, die niet voorkwam in het B1-examen, was men stellig: te gemakkelijk, het stelt niets voor.

Notatiefouten blijven een voortdurende bron van discussie en sommigen docenten zouden graag zien dat het CV hierover uitsluitsel geeft. Men vindt het CV niet altijd consequent; soms staan er drie mogelijke oplossingsstrategieën en bij andere opgaven maar één, terwijl daar juist meerdere voor de hand liggen. Ook de verschillende benadering ten aanzien van het afronden is inconsequent; zie het verschil tussen vraag 6 en vraag 14 in het B1-examen. Betere leerlingen dreigen bij dit CV de dupe te worden als ze bij eenvoudige vragen de verplichte toelichting niet noteren. Men vindt echter dat samen met de voorstellen van de centrale bespreking het werk goed was na te kijken.

Vwo-A1 en vwo-A12

Over de vwo-A-examens was men in het algemeen tevreden: opmerkingen werden gemaakt in de trant van 'mooi, leuk en goed examen maar misschien net iets te veel.' Vooral bij A1 kwam het testen van inzicht in kwantitatieve informatie (typisch A1) zeer goed uit de verf. Wel weer alom de opmerking dat het heel veel leeswerk is, dat de leerlingen heel veel stappen moesten doen voordat ze bij de wiskundige kern kwamen. Echt tevreden over de spreiding over de stof bij A12 was men niet: hebben we te veel aangeleerd? Bovendien wilde men duidelijkheid over de kwestie of er ooit nog eens iets exact opgelost moet worden – daar wordt nu door docenten immers erg veel tijd in gestoken.

Over de startvraag was men in het algemeen wel tevreden maar zeker niet over het bijbehorende CV: 'Het is toch te mal: mag je niet rekenen, doe je het toch (en goed), krijg je punten.' Dit was een van de vriendelijk verwoorde zinnen.
Bij vraag 3 was op de centrale bespreking afgesproken: wanneer een niet-lineaire formule wordt gebruikt, dan maximaal 1 punt toekennen voor het aflezen van de twee punten. In Groningen gaf dat teleurstelling; men vond het een beetje onterecht dat het opstellen en uitwerken van een exponentieel model tot slechts één punt kon leiden.
Bij vraag 4 vond men het merkwaardig dat een echt foute aanpak met de binomiale verdeling toch nog een punt oplevert, terwijl bij een soortgelijke vraag bij havo-A12 daar niet over gerept wordt.
De vraag 5, 'Onderzoek of 2001 een extreem nat jaar was', werd door veel leerlingen niet begrepen en evenmin door sommige docenten.
De beide examens (A1 en A12) bevatten wel meer overlappende contexten, maar daarbij zijn dusdanig uiteenlopende opgaven opgesteld dat de examens verder apart besproken worden.

Eerst het examen vwo-A1.
In de berekening van vraag 6 is er sprake van al of niet afronden en dat levert 283 respectievelijk 284 als antwoord. Dit was in de centrale bespreking al naar voren gebracht; besloten werd beide antwoorden goed te rekenen. Ook bij vraag 7 kwamen opmerkingen over het afronden. Een veel gemaakte opmerking bij vraag 8 ging over de nauwkeurigheid waarmee het antwoord moest worden gegeven; een weg van bijna 60 meter breed in centimeters nauwkeurig?
Ook bij vraag 10 was men het in Groningen niet eens met de centrale bespreking, zij zien liever maar één punt aftrek voor de fout dat $P(X \geq 40) = 1 - P(X \leq 40)$.
In Den Haag zag men bij vraag 12 liever een tabel met aantallen dan met procenten, want veel leerlingen wisten niet wat er met de procenten moest gebeuren.
In Amersfoort vond men de keuze van de vijver-context niet bij A1 passen. De tabel bij vraag 13 werd vaak verkeerd afgelezen en dat vond men jammer. Over het antwoord in het CV 38,0 (of 38,1) is heel veel discussie geweest en hier werd men het niet altijd met elkaar eens. Ook 38 is goed, een nul wordt door veel leerlingen weggelaten en ook 38,05 wordt in Rotterdam goed gevonden. Als de docenten het niet met elkaar eens zijn, wat kunnen we dan van de leerlingen verwachten?
Bij vraag 17 leek door een slechte keuze van het lettertype de letter l erg op het cijfer 1. Bij vraag 18 ('geef een mogelijke F-waarde') waarbij de GR ingezet kon worden, had men graag gezien dat een voorbeeld van GR-aanpak ook in het CV vermeld

werd. Bovendien bleken sommige van onze collega's de vraag evenmin begrepen te hebben. Vraag 21 was wel erg simpel, maar daardoor voor een aantal leerlingen toch weer moeilijk. In Arnhem en Groningen vond men de vraag er met de haren bijgesleept.

En dan de reacties op het A12-examen.
Bij vraag 6 werd de definitie van N_{max} onduidelijk gevonden. Je moet altijd onder N_{max} blijven dus hier werken met $N_{max} = 801$. Bij vraag 7 vond men het in Rotterdam vergezocht dat je moest vermelden dat als B toeneemt ook log B toeneemt. Men vond dat te vanzelfsprekend om te hoeven vermelden. Daarentegen stelt men de vraag of je er wel van uit mag gaan dat het product van twee dalende functies ook weer dalend is. En in Amsterdam vond men de vraag niet zo handig geformuleerd; 'je kunt' is voor meerdere interpretaties geschikt.
De opmerking in het CV die hoort bij vraag 11 vond men in Amsterdam maar vreemd. (Bij 'proberen' geen punten in mindering brengen.) Vraag 12 geeft aanleiding om een volgende keer in het CV ook de oplossingstrategie te vermelden die gebruik maakt van het kritieke gebied.
De hele context 'Pareto-krommen' vond men moeilijk te lezen en de tekst boven vraag 16 veel te uitgebreid en niet duidelijk genoeg. Een nieuwe functie $S = B - K$ definiëren zou de duidelijkheid ten goede gekomen zijn. Deze opmerking werd unaniem gemaakt. Ook over de lay-out viel men; op de bijlage hadden de figuren van de vragen 14 en 15 best op één kant kunnen staan, dat had het voor de leerlingen gemakkelijk gemaakt om te concluderen dat er een diagonale lijn getrokken moet worden.
Ook in 'Veel zalm' was significantie weer een onderwerp van discussie. Daar $P(0) = 25$ betekent 24500 tot 25500 zalmen ... een marge van 2%, vraagt men zich af wat de zin is van een antwoord in decimalen? Ook over de haakjesnotatie $P(t)$ in plaats van P_t was niet iedereen te spreken. Ook hier speelt weer op de achtergrond het verschillend gebruik in de methodes. In de tekst boven vraag 19 is sprake van 'in de buurt van'; deze formulering vond men te vaag. En de conclusie van de centrale bespreking om voor een nette webgrafiek toch punten te geven vond men in Den Haag gek. Bij vraag 20 is er door menig oplettend docent ook een tweede goede oplossing gevonden, als men start met de evenwichtswaarde is het jaar erop ook het maximum bereikt, dus dat is ook een mogelijke oplossing. En bij vraag 21 vind je als $P(0) = 256{,}8$ gekozen wordt een goede andere oplossing; deze waarde is een snijpunt van de grafiek met lijn $y = 175$.

Dat lezen ook voor leraren wel eens moeilijk is blijkt uit een opmerking uit een regiobespreking bij vraag 15. Daar wordt de vraag gesteld waarom in het CV de conclusie tussen haakjes staat. Het verslag van de centrale bespreking begint echter met de opmerking: 'In het CV staat een aantal keren tekst tussen haakjes. Dat betekent dat de opmerking niet noodzakelijk is, wel gewenst.' In Den Haag was men het ook over de eerste deelscore van het CV niet eens: uit de context blijkt heel duidelijk dat KH en pH niet tot problemen leiden, dat 8 tussen 6 en 10 ligt zullen de leerlingen zo vanzelfsprekend vinden dat ze dit niet zullen opschrijven. Zo zullen ze alleen over de C-waarde wat noteren. Ook de normering bij vraag 16 vond men wat gek omdat je toch eerst de rechte lijnen tekent? In Apeldoorn miste men een normering voor exacte berekeningen en was er onduidelijkheid hoe te handelen bij afleeskwesties.

Vwo-B1 en vwo-B12

Tijdens de centrale bespreking kwam al naar voren dat het examen zoals ook in de afgelopen jaren te lang was, zeker voor de B12-leerlingen. Voor deze leerlingen werden de bewijsopgaven als erg lastig genoemd, lastiger dan de voorgaande jaren. Bijna alle kandidaten waren tot het einde ingespannen bezig. Daardoor was er te weinig tijd over voor de laatste twee opgaven, waar de kandidaten makkelijk te scoren punten gemist hebben. Men vond dat de examens veel originele opgaven bevatten, met daarin voldoende herkenbaar materiaal, maar waarbij de gonio ontbrak. Ook hier weer de constatering dat er best veel gelezen moet worden; in Rotterdam vond men de hoeveelheid tekst zelfs toenemen. En ook hier de roep om meer duidelijkheid in het CV over wat de leerlingen bij het gebruik van de GR minimaal moeten vermelden.
In Rozendaal constateerde men dat het testen van algebraïsche vaardigheden te weinig aan bod is gekomen.
De B12-leerlingen blijken op de gemeenschappelijke opgaven beter te scoren dan de B1-leerlingen.
Men maakte bezwaar tegen het stapeleffect van sommige opgaven. Ook het feit dat de opgaven niet consequent waren in het vragen van een bepaalde nauwkeurigheid in de antwoorden is een doorn in het oog.
De verslagleggingen van de regiovergaderingen van vwo-B1/B12 waren het meest compact. Amersfoort vond het uitstekende examens en complimenteerde de makers.

Een goede startvraag, maar deze bevat teksten en een taalgebruik die voor talig zwakke leerlingen verwarring kunnen veroorzaken.
In het begin van de context 'Rechthoek om driehoek' had men liever $\frac{1}{6}\pi$ rad (30 graden) gezien in plaats van andersom. In de hele verdere opgave werd gesproken over radialen; het antwoord in graden leverde zelfs één punt aftrek op. Beter was geweest steeds met radialen te werken.
Bij vraag 10-B1 = 9-B12 is er kritiek op de formulering, men vraagt zich af wat exacte waarden zijn. Er is discussie over het wel of niet synoniem zijn van: *bereken de exacte waarde* en *bereken de waarde exact*. Ook was het CV te karig met punten: slechts 2 punten te vergeven en teveel onderdelen om

deze netjes te verdelen. Vraag 10-B12 (meetkunde) vond men een leuke vraag.
In 'De badkuipkromme' moet weer veel gelezen worden en een aantal collega's merkte op dat het wel leek of het een examen Nederlands betrof.
In Rozendaal en ook in Groningen vond men het opmerkelijk dat B1-leerlingen in tegenstelling tot de B12-leerlingen hier niet hoefden te primitiveren terwijl de betreffende functie eenvoudig genoeg was. Twee zespuntsvragen aan het eind van het B1-examen ziet men liever eerder aan bod komen, zeker zo'n makkelijke vraag 19. Niet alleen in Zwolle kwam niet iedereen toe aan deze laatste drie relatief makkelijk te scoren vragen.

Naar aanleiding van het B12-examen werden onder meer de volgende opmerkingen gemaakt.
Wie in vraag 4 het foute gebied heeft gevonden, gaat in vraag 6 de mist in en kan deze vraag eigenlijk niet meer maken. Bij elke regiobespreking werd hier gewag van gemaakt. Algemeen werd er gesproken over het feit dat de termen 'noordrand' en 'zuidrand' verwarring wekten. Vraag 5 had van Amsterdam meer punten mogen krijgen om de constructie van de parabool op zijn waarde te kunnen belonen.

Over het CV werd nog het een en ander opgemerkt. Rozendaal vond het CV bij vraag 5-B1 wel erg rigoureus afgerond (≈ 820). Hoewel men in Amsterdam tevreden was met het correctiemodel zou men in de toekomst toch graag zien aangegeven hoe te handelen bij voorspelbare fouten, zoals bijvoorbeeld de 30° van vraag 7, het gebruiken van de $\sqrt{n}$-wet bij vraag 15, het vergeten van het aantal mogelijke volgorden bij kansrekening. Ook bij vraag 18 was de meest gemaakte fout te voorzien, het berekenen van de oppervlakte in plaats van de inhoud.
In Amsterdam heerste er verwarring over het moeten vermelden van de namen van stellingen (vraag 10 en 16). Veel collega's hebben er moeite mee daarvoor punten te moeten aftrekken, ook gezien het gebrek aan tijd.

Besluit

Een examen opstellen is mensenwerk, dat is in een artikel in het Euclides-examennummer van een jaar geleden[1] nog eens heel goed beschreven. Vóór het examen op de tafel van de leerlingen ligt, gaat het door vele handen, mensenhanden, en dus is het niet perfect. Hoe graag de opstellers dat ook willen en hoe hard ze hun best er ook voor doen. Woorden als blamage en gek zijn hier en daar gevallen - niet terecht gezien het feit dat het merendeel van de examens complimenten heeft gekregen en op de enquêteformulieren nergens onvoldoende heeft gescoord. Omdat het mensenwerk is, is het belangrijk dat iedere deelnemer aan het proces, van opsteller tot tweede corrector, zich bewust is van zijn/haar rol en zich ook bewust is van de rol van de versnelde correctie en de N-term. Met dit instrument kan niet alleen Cito/CEVO de onvolkomenheden minder zuur maken, maar kunnen ook docenten nog invloed op de normering uitoefenen door goed beargumenteerd andere invalshoeken aan te geven. Ook blijkt de docent zelf de eindtermen te moeten kennen, en niet moet overlaten aan methodenschrijvers of deze wel allemaal aan de orde komen tijdens het leerproces. Ondanks de grote rol van het forum op de website is een algemene conclusie dat de regionale bijeenkomsten nog steeds op prijs worden gesteld. Dank aan alle opstellers, CEVO-screeners, Cito-begeleiders, examenkandidaten en examinatoren. Een groot woord van dank aan de vrijwillige verslagleggers van de besprekingen: dankzij hun opbeurende, soms scherpe maar zeker ook opbouwende kritiek ligt er ook dit jaar weer een verslag van het examencircus.

Noot

[1] Ameling Algra, Ger Limpens: Examenconstructie, een langdurig en zorgvuldig proces. In: Euclides 80(1), september 2004, pp. 2-5.

Over de auteur

Marianne Lambriex (e-mailadres: m.lambriex@nvvw.nl) is docent zowel aan het Stedelijk College Eindhoven (isk-vmbo-havo-vwo-tvwo) als aan de lerarenopleiding en Hogeschool Bedrijfswiskunde van Fontys Tilburg. Ze is tevens bestuurslid van de NVvW. Elk jaar heeft ze in de een of andere rol (van docent tot voorzitter besprekingen) wel met een of meerdere examens te maken.

EEN DIGITAAL WISKUNDE-EXAMEN IN HET VMBO

Het is de bedoeling dat vanaf 2007 alle scholen het examen vmbo-BB per computer afnemen. Daarop vooruitlopend vond dit jaar een pilot plaats.
Redacteur Gert de Kleuver woonde de evaluatiebijeenkomst bij en vernam van de deelnemers onder meer dat de flexibele tijdstippen van deze examinering in goede aarde vallen.

Examenpilot vmbo-BB

Dit jaar hebben 11 vmbo-scholen deelgenomen aan het pilotproject *digitale cse's BB*. Een korte typering van de pilot:
- Elke school krijgt voor ieder algemeen vak in de basisberoepsgerichte leerweg (BB) een digitaal centraal schriftelijk examen.
- Van ieder digitaal cse zijn drie of vier varianten beschikbaar.
- De examenopgaven staan op het computerscherm.
- De leerling voert zijn antwoorden op de computer in.
- De docent corrigeert de antwoorden op de open vragen van achter de PC.
- De antwoorden op de overige vragen worden automatisch gescoord.
- De school bepaalt binnen een ruime afnameperiode zelf de examentijdstippen.
- De school regelt zelf herkansing en inhalen.
- De externe tweede correctie vervalt.

Het digitale cse wiskunde-BB kende vier varianten, de examenperiode was gelijk aan die van het cspe bij de beroepsgerichte vakken (begin april – medio juni). Het moet duidelijk zijn dat het niet in de eerste plaats om het *digitale aspect* ging, maar vooral om *aanpassen bij de BB-leerling*. Examens in een periode, inplanbaar door de scholen zelf, inhalen en herkansen zelf regelen met vier varianten, die inderdaad digitaal aangeboden worden.

Bijeenkomst

Op 9 juni was er een evaluatiebijeenkomst in Nieuwegein georganiseerd. Het bleef niet alleen bij uitwisselen van cijfers, ook werden er heel veel ervaringen uitgewisseld.
Ik heb daar gezeten als toehoorder om zo dit korte verslag te kunnen schrijven. Ik ben overigens geen gebruiker geweest van dit eerste digitale wiskunde-examen.
Om de bijeenkomst te stroomlijnen waren vooraf vragenlijsten ingevuld door de docenten van de 11 scholen en de leerlingen die de examens gemaakt hebben. Deze resultaten zijn besproken.

Even een paar cijfers vooraf.
- 91% van de leerlingen op de pilotscholen heeft liever een digitaal examen dan een papieren exemplaar.
- 80% van de docenten heeft liever een digitaal examen.

Toen ik dit hoorde, dacht ik: 'Wat moet er nog besproken worden als men er zo positief over denkt? Zijn er dan geen rare dingen voorgevallen? Is alles goed gegaan?' Gelukkig was er ontzettend veel te bespreken, zeker ook voor de wiskundedocenten.

Reacties

Enkele uitspraken die op die middag gedaan zijn:
'Geen handschriftprobleem meer.'
'Het voortraject moet anders, de leerlingen moeten meer oefenen met de computer.'
'Zorg ervoor dat er open vragen in blijven.'
'Er moet een rekenmachine in het programma komen die direct de display overzet in het invulveld.'
'Dyslectische leerlingen maken nu met de losse rekenmachine sneller fouten.'
'Het flexibele tijdstip om het examen af te nemen is heel prettig.'
'We hadden bij ons op school op vrijdag met vastlopende computers te maken, maar maandag hebben de leerlingen een andere variant gemaakt.' (Ook dit is een voordeel van het flexibele examen: problemen zijn vervelend, maar door de scholen zelf op te lossen.)

Toetsprogramma

Het toetsprogramma dat nu gebruikt werd, is ontwikkeld door de Citogroep te Arnhem. Op de Derde Reehorst Conferentie Wiskunde van 19 januari jl. heeft Anita de Bruijn van de Citogroep al even de mogelijkheden of misschien beter de onmogelijkheden

van het programma laten zien. Het is immers pas de eerste versie. Hopelijk kan zij in januari 2006 een verder ontwikkelde versie van dit programma demonstreren én de bijbehorende consequenties voor de examens. We moeten bedenken dat het een toetsprogramma is dat voor alle vakken inzetbaar moet zijn. Men is nu na reacties vanuit het veld er wel van overtuigd geraakt dat het programma verder ontwikkeld moet worden. Misschien kan dan de rekenmachine geïntegreerd worden.

Dit jaar werd het domein Meetkunde tijdens het centraal examen getoetst. In de gebruikte versie van het toetsprogramma konden de leerlingen hun antwoorden nog niet aanbrengen in de beeldschermfiguren. Daarom kregen zij ook nog een papieren uitwerkbijlage op hun tafel.

Een voordeel van een digitaal examen zou zijn dat zo'n examen computer-scoorbaar is. Dat is bij wiskunde met de vele open vragen slechts voor een deel het geval. Maar ook het nakijken van open vragen gaat soepel. Collega's hebben de open vragen vrij gemakkelijk na kunnen kijken. Per opgave ging men snel door de uitwerkingen heen. Sommigen hadden een collega gevraagd, over hun schouder mee te kijken. Er was geen tweede corrector, en op deze manier bouwde men toch een check in. Aldus was men ervan overtuigd dat iedere leerling op dezelfde wijze beoordeeld werd.

Workshop studiedag NVvW

Een paar laatste opmerkingen van docenten:
'Dyslectische leerlingen hebben echt meer tijd nodig om alles in te typen.'
'Ik had een klas vol LWOO-leerlingen; die vonden het examen heel moeilijk.'
'Bij sommige opgaven stond er voor deze leerlingen veel te veel tekst.'
'Variant 4 was aan de makkelijke kant.'
'Geef het invulveld een vaste plek en een duidelijke, andere kleur.'
'Volgend jaar hoop ik weer mee te doen.'
Op elk van deze opmerkingen is vast wel een reactie te geven. Tijdens de studiedag van de NVvW (Nieuwegein, zaterdag 5 november a.s.) komt er een workshop over deze examens. Daarin vertellen enkele docenten die aan de pilot deelnamen, over hun ervaringen: wat ging er goed en wat mag nog wel verbeterd worden.
Ongetwijfeld een aanrader voor de vele collega's met BB-klassen!

Aankondiging / Dag van de Leraar 2005

Inleiding

Op 5 oktober 2005 organiseert SBL (Stichting Beroepskwaliteit Leraren en ander onderwijspersoneel) de Dag van de Leraar. Op deze dag zetten we zoveel mogelijk leraren in het zonnetje via twee programmalijnen. SBL stimuleert leerlingen, ouders, leraren en schoolleiders om de Dag van de Leraar op hun eigen school te vieren. Daarnaast organiseert SBL de Verkiezing van de Docent van het Jaar 2005 in het basisonderwijs en in het voortgezet onderwijs.

Dag van de Leraar

De Dag van de Leraar is de Nederlandse variant van de internationale World Teachers' Day en valt in de Nationale Onderwijsweek. Deze dag is bedoeld als feestdag voor alle leraren in Nederland. Ideeën voor deze dag zijn te vinden en eigen ideeën zijn te plaatsen op de website www.dagvandeleraar.nl.

Verkiezing

Op de website www.dagvandeleraar.nl kunnen leerlingen, ouders, collega-leraren en schoolleiders leraren aanmelden als kandidaat voor de titel Docent van het Jaar 2005. Dit jaar wordt de Verkiezing van de Docent van het Jaar 2005 uitgebreid naar het basisonderwijs.

De bekendmaking van de Docenten van het Jaar 2005 vindt plaats op 5 oktober 2005 en wordt verzorgd door de staatssecretaris van OCW. De winnaars zijn een jaar lang ambassadeur voor hun onderwijssector en staan symbool voor alle professionele leraren in Nederland.
De inschrijvingstermijn sluit op *27 september 2005*.
De bekendmaking van de zes genomineerde docenten vindt plaats op 30 september. De kandidaten voor de titel 'Docent van het Jaar' worden beoordeeld op kwalitatieve criteria.

Doel

Met de Dag van de Leraar en de Verkiezingen van de Docent van het Jaar 2005 wil SBL het imago van het leraarsvak verbeteren en het belang van goede leraren benadrukken door de beroepsgroep in zijn geheel en een uitmuntende leraar in het bijzonder op een positieve manier onder de aandacht te brengen.

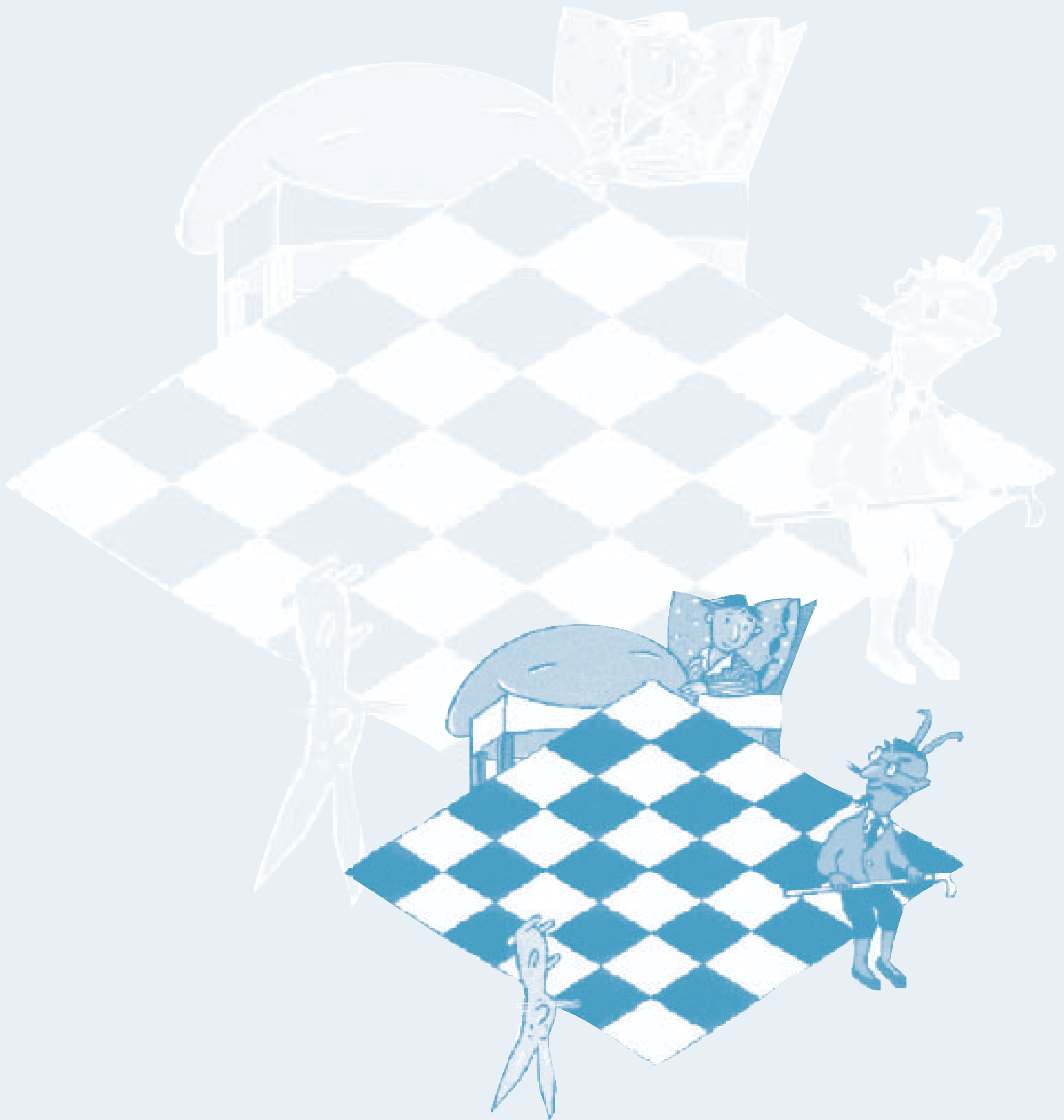
Meer informatie

Wilt u meer informatie over de Dag van de Leraar, neem dan contact op met Astrid Stikkelorum, telefoon 070-3765747, e-mail: *a.stikkelorum@lerarenweb.nl*.

WISKUNDE SCHOLEN PRIJZEN 2005

Vijf prijswinnende projecten

[Chris Zaal]



Sterke initiatieven

De prijswinnaars van de Wiskunde Scholen Prijs 2005 zijn bekend. Drie scholen hebben elk een prijs van 1000 euro gewonnen voor het door hen ingezonden onderwijsproject. De winnende scholen zijn: de *Mgr. A.E. Rientjesmavo* uit Maarssen, het *Candea College* uit Duiven en het *Calandlyceum* uit Amsterdam. Twee scholen kregen een eervolle vermelding: het *Penta College* in Spijkenisse en het *College Blaucapel* uit Utrecht.

Naar de Scholenprijs van 2005 dongen 22 inzendingen mee, afkomstig van 19 scholen. Een deskundige jury onder leiding van Marian Kollenveld (voorzitter NVvW) heeft de inzendingen beoordeeld. In elk van de drie categorieën (basisvorming, vmbo en bovenbouw havo/vwo) heeft de jury een hoofdprijs van 1000 euro uitgereikt. Verder hebben twee inzendingen een eervolle vermelding gekregen. Uit het juryrapport: ‘Het ingezonden materiaal functioneert al vaak op overtuigende wijze een of meerdere jaren op de scholen. Het toont aan dat op de deelnemende scholen actief gewerkt wordt aan het zelf ontwikkelen van onderwijs.’

De Wiskunde Scholen Prijs is in 2001 ingesteld om scholen te stimuleren met hun sterke punten op het gebied van wiskundeonderwijs naar buiten te treden, en goede initiatieven binnen het wiskundeonderwijs zichtbaar te maken voor iedereen. De Wiskunde Scholen Prijs wordt georganiseerd door het Freudenthal Instituut, met steun van het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen.

Darts in Duiven

Het *Candea College* uit Duiven wint de hoofdprijs in de categorie basisvorming met het project ‘Let’s play darts’, een lessenserie voor 2-vmbo. Hierin wordt een dartstoernooi voorbereid en uitgevoerd. Dit onderwerp sluit direct aan bij de belevingswereld van de leerlingen – ongemerkt zijn ze met ‘saaie’ en ‘moeilijke’ wiskunde bezig. Uit het juryrapport: ‘Leerlingen mogen hun eigen systeem bedenken voor de puntentelling. Daarna wordt het systeem in een toernooi uitgeprobeerd. Het is duidelijk waar je het voor doet.’

Londense wandeling vanuit Maarssen

De *Mgr. A.E. Rientjesmavo* uit Maarssen wint de hoofdprijs in de categorie vmbo met hun ‘Wiskundewandeling Londen’, een onderdeel van een werkweek voor leerlingen van klas 4. Leerlingen worden op pad gestuurd met opdrachten, die ook nog eens meetellen voor een cijfer. Daardoor kijken ze op een andere manier tegen de stad aan, en ontdekken dat de wiskunde ‘op straat ligt’. Uit het juryrapport: ‘Een wandeling als deze opent de ogen voor wiskundige aspecten in de wereld om ons heen. Verplicht foto’s maken en dingen meten/berekenen maakt een beetje rondlopen een stuk spannender.’

GIS in Amsterdam

Het *Calandlyceum* in Amsterdam wint de hoofdprijs in de categorie havo/vwo met hun ‘Geografisch Informatie Systeem’-project (GIS). Dit is een weekvullend vakoverstijgend programma voor 4-havo/vwo met wiskunde, biologie, natuurkunde, aardrijkskunde en informatica. Gedurende de projectweek zijn ongeveer zestig leerlingen bezig met voorbereiden, uitvoeren en verwerken van metingen en monsters (voorkomen korstmos, waterkwaliteit, windsnelheden, plaatsbepaling door middel van GPS). Uit het juryrapport: ‘Een project om stil van te worden. Geen kinderachtig gedoe, gewoon de echte wereld als uitgangspunt nemen en moderne technologie inzetten.’

Restaurant en Telduivel

Een eervolle vermelding ging naar het *Penta College* in Spijkenisse voor het project ‘Restaurant Pourcent’ (categorie basisvorming). In dit project werken leerlingen in kleine groepjes aan een restaurant. Ze moeten zelf recepten opzoeken, een advertentieblad maken en dit voor de klas presenteren.
De andere eervolle vermelding is gegaan naar het *College Blaucapel* uit Utrecht voor hun project ‘De Telduivel’ (categorie havo/vwo). In deze praktische opdracht voor 6-vwo schrijven de leerlingen zelf een nieuw hoofdstuk (genummerd 6½, 7½, 8½, ...) voor het boek ‘De telduivel’ van H.M. Enzensberger, in de oorspronkelijke stijl. De opdracht sluit aan bij de interesses van leerlingen met het Cultuur en Maatschappij-profiel.

Illustratie

Lykele Muus (De telduivel)

Noten

- Het volledige juryrapport is te vinden op www.fi.uu.nl/wiskids/deelprojecten/prijs/prijs2005/juryrapport_WSP2005.pdf
- Zie ook www.wiskundescholenprijs.nl.

Over de auteur

Chris Zaal (e-mailadres: c.zaal@fi.uu.nl) is projectleider van de Wiskunde Scholen Prijs.

5 Wiskunde als gereedschap

[Bert Zwaneveld]

Saai?

In de bovenbouw van het havo en het vwo moet wiskunde het vanaf 2007 met minder uren doen. Dat komt enerzijds doordat er van hogerhand is beslist dat alle vakken ongeveer dezelfde omvang qua studielast moeten hebben en wiskunde met het huidige urental daar niet in past. Anderzijds kan ik me niet aan de indruk onttrekken dat men ook commentaar van leerlingen, dat wiskunde moeilijk en saai is, daarbij heeft laten meewegen.
Dat wiskunde moeilijk is, zullen maar weinig mensen ontkennen. Maar over de genoemde saaiheid kunnen we ons verbazen. We doen immers al een groot aantal jaren nadrukkelijke pogingen om wiskunde aantrekkelijk te maken door wiskunde in te bedden in realistische problemen ontleend aan echte situaties. Uit de Vakdossiers wiskunde van de SLO en de rapportages van het Adviespunt Tweede Fase blijkt echter dat leerlingen vaak geen idee hebben waarom ze al die stof moeten leren, dat het ontzettend veel werk is en dat er niet veel variatie in de lessen zit. Ik vermoed dat die saaiheid vooral hiermee te maken heeft.

Theorie

Als er één vak is waar naar het leren en onderwijzen ervan veel onderzoek is gedaan, dan is dat wiskunde. Hier in Nederland hebben in de jaren '70 van de vorige eeuw Joop van Dormolen en Harrie Broekman via de door hen georganiseerde didactiekcursussen veel gedaan om bekendheid te geven aan het leren van wiskundige begrippen via voorbeelden. Zij gebruikten daarbij de ideeën van Skemp, gebaseerd op die van Piaget. Freudenthal en zijn medewerkers en opvolgers hebben het realistisch rekenwiskundeonderwijs geïntroduceerd en uitvoerig onderzocht. Ook het werk van Pierre van Hiele moet genoemd worden, die een aantal elkaar opvolgende fasen in het leren van wiskunde heeft onderscheiden. Harrie Broekman heeft hierover recent in ons vakblad geschreven[1].
Al deze didactische theorieën zijn inmiddels gemeengoed geworden: ze worden op lerarenopleidingen onderwezen en zijn vooral via de schoolboeken in de klassenpraktijk doorgedrongen. Al dit op theorie gebaseerde werk is gericht op het verbeteren van het wiskundeonderwijs. Wiskunde wordt aangeboden via een aantrekkelijke probleemstelling en/of door de stof goed te structureren. Kennelijk met onvoldoende succes, helaas.

Praktijk

Betekent dit dat we die didactische theorieën nu maar overboord moeten zetten en terug moeten keren naar vroeger met een didactische aanpak van 'eerst de theorie en dan oefenen'? Van Streun heeft in zijn wiskundedidactisch onderzoek ('Heuristisch wiskundeonderwijs') laten zien dat dit in ieder geval slechter werkt dan een meer geïntegreerde aanpak. Afgezien van deze les uit de praktijk is er op dit moment een soort mode – of moet ik zeggen: hype? – in het Nederlandse onderwijsland waarbij 'onderwijs in realistische context' omarmd wordt. Kennelijk wordt in breder verband een aanpak in lijn met het realistisch wiskundeonderwijs gewaardeerd. Daarbij is er vaak meer aandacht voor hoe de leerlingen werken dan voor wat ze met dat werken bereiken. De nadruk ligt op het proces; denk in dit verband aan het portfolio dat langzaamaan een panacee voor alle kwalen lijkt te worden.

Wiskundige theorie

Wiskundeleraren hebben niet alleen met genoemde didactische theorieën te maken, maar ook met de theorie van de wiskunde. In de praktijk van de wiskunde op school verdwijnt die wiskundige theorie steeds meer. Dat geldt in het héle voortgezet onderwijs: er is steeds minder aandacht voor de theorie van de schoolvakken. En dat is zeer te betreuren. Ik ben er weliswaar ten diepste van overtuigd dat het wiskundeonderwijs verbeterd is door de genoemde didactische theorieën, realistisch wiskundeonderwijs, begrippen leren op de manier van Skemp, de niveautheorie van Van Hiele – maar ik ben er óók van overtuigd dat de theorie van de wiskunde een beduidende plaats in de schoolwiskunde moet innemen. Het benoemen en bewijzen van meetkundige stellingen in de bovenbouw van het vwo bij wiskunde-B is daartoe volstrekt ontoereikend. De theoretische aspecten van de wiskunde moeten bij élk onderdeel en dus in elke klas aan bod komen. Tot de theorie van de wiskunde hoort niet alleen de stelling met bewijs dat de som van de hoeken van een driehoek 180° is, maar ook het volgens de regels van de algebra 'semantiekloos' manipuleren van algebraïsche uitdrukkingen. Om de kracht van de wiskundige theorie te begrijpen is het nodig dat leerlingen ervaren dat wiskunde een uitermate bruikbaar gereedschap is bij het aanpakken en oplossen van problemen die al dan niet aan de praktijk ontleend zijn. Om dat gereedschap goed te leren gebruiken moet de leerling weten hoe het in

elkaar zit, wat de eigenschappen ervan zijn, hoe je het gebruikt, wanneer je het gebruikt, waarom je het gebruikt. En net als bij het leren gebruiken van een fysiek gereedschap geldt ook hier dat je in de praktijk (weliswaar met regelmatig andere aandachtspunten) leert het steeds beter te gebruiken.

Wiskunde zonder theorie, als verzameling van losse feiten en regels, zal niet beklijven. Leerlingen moeten steeds opnieuw inhoudelijk uitgedaagd worden: Hoe pak je het aan? Waarom doe je dat zo? Welke wiskunde gebruik je hier? Waarom werkt die?

Noot

[1] Harrie Broekman: Helpen met leren helpt. In: Euclides 80(5), maart 2005, pp. 266-270.

Over de auteur

Bert Zwaneveld (e-mailadres: Bert.Zwaneveld@ou.nl) is hoogleraar 'professionalisering van de leraar, in het bijzonder in het onderwijs in de wiskunde en de informatica' aan de Open Universiteit Nederland. Hij was wiskundeleraar, en redactievoorzitter en hoofdredacteur van Euclides.

PROFIELWERKSTUK OF PRAKTISCHE OPDRACHT IN ARTHESIS

[Bart Heukelom]

ARS ET MATHESIS

'Al eeuwen lang gebruiken mensen versieringen en decoraties. In Rome is veel mozaïekwerk te vinden waarin regelmatige patronen een belangrijke rol spelen. Een bepaalde groep kunstenaars, de zogenaamde Cosmaten, heeft deze mozaïeken gelegd. We hebben onderzocht of alle 17 symmetriegroepen die er bestaan, te vinden zijn in de mozaïeken van de Cosmaten. We wilden voor ons profielwerkstuk allebei graag iets doen met wiskunde (de regelmatige vlakverdeling), maar ook iets met kunst (de mozaïeken); daarom hebben we voor dit onderwerp gekozen. Wij zijn naar Rome gegaan om de mozaïeken van de Cosmaten te bekijken en daarin de 17 symmetriegroepen te zoeken.'

Aan het woord zijn Milja Fenger en Ellis van Etten van het Lyceum Sancta Maria te Haarlem. Hun profielwerkstuk '*Wiskunde en kunst*' inclusief het verslag van hun studiereis naar Rome is in augustus 2004 gepubliceerd in *Arthesis*, het halfjaarlijks tijdschrift van de stichting *Ars et Mathesis*. Deze stichting heeft als doel het bevorderen van de belangstelling voor kunst die zijn inspiratie vindt in de wiskunde.

Afbeelding op de voorpagina van het werkstuk 'Wiskunde en kunst'



Ars et Mathesis wil ook andere leerlingen de mogelijkheid bieden, hun profielwerkstuk over kunst en wiskunde in *Arthesis* te laten publiceren[1]. Het kan een artikel zijn, maar ook een (foto)rapportage met toelichting waarin leerlingen laten zien op welke

wijze zij een kunstwerk (of bijvoorbeeld een poster) hebben gemaakt. Ten aanzien van het maken van een kunstwerk biedt de catalogus van de tentoonstelling ‘De bomen van Pythagoras’ in het Mondriaanhuis van najaar 2003 veel inspiratie[2].
Wiskunde in de kunst kan gezocht worden in de schilderkunst, de beeldhouwkunst, maar ook bijvoorbeeld in het maken van kunst met behulp van de computer.
Over kunst in de wiskundeles verzorgde Ton Konings via het APS meerdere studiedagen, onder de naam ‘Verwondering en verbeelding’.
Ook muziek is een geschikt onderwerp: er zijn musici die een wiskunde-onderwerp op muziek hebben gezet, maar het is natuurlijk ook mogelijk om met de nodige wiskunde muziek te bestuderen. Zo gaf Derk Pik (Universiteit Leiden) afgelopen voorjaar een aantal lezingen over dit onderwerp op het Koninklijk Conservatorium in Den Haag.

Bij een onderwerp als ‘kunst en wiskunde’ voor profielwerkstuk of praktische opdracht hoeft de wiskunde niet in het curriculum te passen. Het onderwerp ‘symmetriegroepen’ van Milja en Ellis past helemaal niet in het curriculum, en toch was het een zeer geschikt thema. ‘Kunst en wiskunde’ geeft een aanleiding om eens ‘wat anders’ aan wiskunde te doen, buiten het curriculum om. Een groot voordeel is, dat leerlingen een onderwerp kunnen kiezen dat direct aanspreekt en waar ze echt interesse in hebben. Dat heeft dan tot gevolg dat leerlingen zich de nodige wiskunde echt eigen moeten maken in plaats van alleen maar een som te reproduceren. Op deze wijze is het mogelijk, het leren meer te laten aansluiten bij activiteiten die zich in de samenleving afspelen.

Noten

[1] Om een werkstuk in Arthesis te plaatsen kunt u contact opnemen met Bart Heukelom (b.heukelom@wxs.nl).
In onderling overleg kunnen dan de nodige afspraken worden gemaakt.
[2] Voor informatie over Arthesis, het aanvragen van een proefnummer van Arthesis of het bestellen van de catalogus van de tentoonstelling in het Mondriaanhuis:
Ineke Lambers; Noorderkroon 77, 9301 JW Roden, tel. 050-3601301, e-mail: ilambers@wxs.nl.

Informatiebronnen

- *www.arsetmathesis.nl;*
- *Euclides: ‘Kunst & wiskunde’. Thema-nummer januari 2004 (jaargang 79, nummer 4);*
- *(via) www.wiskunde.pagina.nl.*

Over de auteur

Bart Heukelom (e-mailadres: b.heukelom@wxs.nl) is bestuurslid van de stichting Ars et Mathesis en redactielid van het door deze stichting uitgegeven blad Arthesis. Naast zijn werkzaamheden als interim-uitgever geeft hij wiskundelessen aan de bovenbouw van havo en vwo.

wiskundig kiezen

REFERENDUM-PARADOX

[Rob Bosch]

Het referendum is van de een op de andere dag (1 en 2 juni) erg populair geworden als politiek instrument. Na het referendum over de Europese grondwet op 1 juni jongstleden waren de meeste politici en veel kiezers (vooral de nee-stemmers) enthousiast over dit democratische experiment. Niet de Kamerleden maar het volk had gesproken en daarbij trad een grote kloof aan het licht tussen de volksvertegenwoordiging en de kiezers; de Kamer zou immers in meerderheid vóór het referendum hebben gestemd.

Stel dat het Europese referendum in Engeland door een positief resultaat in ons land was doorgegaan. Het zou dan heel goed mogelijk zijn geweest dat een meerderheid van de bevolking tegen de grondwet had gestemd, terwijl een grote meerderheid in het Lagerhuis daarmee had ingestemd. Weer een grote kloof tussen politiek en kiezers?

Zoals bekend vertegenwoordigen de parlementsleden (MP’s) in Engeland een district (constituancy).

Zij worden in het parlement geacht namens (de meerderheid van) hun district te spreken. Niet alle districten zijn echter even groot en bovendien verschillen de districten aanzienlijk in politieke voorkeur. Er zijn traditionele conservatieve districten, traditionele Labour-districten, en districten die politiek gezien gemengd zijn. In onderstaande lijst is een mogelijke verdeling gegeven voor zes districten.

district	1	2	3	4	5	6	totaal
aantal kiezers	100	110	100	120	130	110	670
tegen	46	52	48	57	85	72	360
voor	54	58	52	63	45	38	310

Uit de verdeling zien we dat landelijk 54% tegen is, terwijl in het parlement maar liefst 67% van de MP's voor stemmen. Men zou hier weer een grote kloof kunnen zien tussen de bevolking en de politici, maar de parlementsleden hebben slechts gedaan waarvoor ze door de bevolking naar Westminster zijn gestuurd. Ieder parlementslid heeft het meerderheidsstandpunt van zijn district kenbaar gemaakt.

In geval van een bindend referendum is het bovenstaande geen probleem. De beslissing wordt bepaald door de landelijke uitslag. Voor een raadgevend referendum leidt de bovenstaande verdeling tot de paradox dat de parlementaire uitslag anders uitpakt dan de landelijke stemming. Een MP heeft in dit geval het dilemma mee te gaan met de meerderheid van het volk of trouw te blijven aan de kiezers die hij vertegenwoordigt.

Als we de districten opvatten als politieke partijen en aannemen dat partijen het meerderheidsstandpunt van de partij uitdragen, dan had een dergelijke paradox ook in ons land kunnen optreden. De kloof bestaat in dat geval niet zozeer tussen politici en kiezers, maar tussen het idee van de kiezers hoe een systeem zou moeten werken en hoe het in de praktijk werkt.

De hierboven beschreven paradox vertoont veel gelijkenis met de zogenaamde *Simpson-paradox* die kan optreden bij de interpretatiegegevens.
Ter illustratie: beschouw het Simpson College, een school voor havo en vwo. De rector van deze school maakt zich ernstig zorgen over het feit dat, ondanks de inspanningen voor kwaliteitsverbetering, het percentage gezakte leerlingen dit jaar met 1% gestegen is. Hij vraagt de coördinator havo om uitleg. Die verdedigt zich met de mededeling dat het percentage gezakten op de havo juist met 1% is gedaald. Daarop keert de rector zich tot de coördinator vwo. Deze zegt tot verbazing van de rector dat ook op het vwo het percentage gezakten met ongeveer 1% is gedaald. Nu maar hopen dat de rector een wiskundige achtergrond heeft.
De gegevens van het Simpson College zijn als volgt.

	aantal leerlingen		aantal gezakten		perc. gezakten	
	2004	2005	2004	2005	2004	2005
havo	400	350	44	35	11	10
vwo	100	150	30	44	30	29,3
totaal	500	500	74	79	14,8	15,8

De rector constateert dat zijn school slechter presteert. Welke afdeling moet hij hier verantwoordelijk voor houden?

Keren we nog even terug naar het referendum.
We nemen aan dat in het referendum twee vragen belangrijk zijn. Bijvoorbeeld:
(1) het vetorecht voor de EU-landen vervalt;
(2) het overdragen van een bevoegdheid.
Stel dat de meningen van de bevolking als volgt zijn verdeeld:

perc. kiezers	40%	25%	25%	10%
vraag 1	1	1	0	0
vraag 2	1	0	1	0

In deze tabel betekent een 1 dat men akkoord gaat en een 0 dat men tegen is. Legt men vraag 1 voor aan de bevolking, dan is 65% voor. Eenzelfde resultaat krijgen we voor vraag 2. Kortom, beide veranderingen hebben de steun van een meerderheid van de kiezers.
Bij het referendum zal bijna zeker 65% van de bevolking tegen stemmen. Meestal is één bezwaar voldoende om tegen te stemmen. De bevolking wijst hier dus twee veranderingen af waar men in meerderheid voor is.

Het bovenstaande voorbeeld laat zien dat het heel moeilijk is om uit te maken of de Nederlandse kiezer wel zo veel bezwaren had tegen de Europese grondwet.

Over de auteur

Rob Bosch (e-mailadres: r.bosch2@mindef.nl) is redacteur van Euclides en universitair hoofddocent aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda.

Aankondiging / BWI-middag 2005: vrijdag 7 oktober

Nieuwsgierig naar een wiskundige opleiding midden in de samenleving? Kom naar de BWI-middag!

Bedrijfswiskunde en Informatica

De BWI-middag is een informatieve middag speciaal voor wiskundedocenten in de hoogste klassen van het vwo. Tijdens deze middag maken de docenten kennis met vele facetten van de toegepaste wiskunde van de opleiding Bedrijfswiskunde en Informatica (BWI) aan de Vrije Universiteit Amsterdam. Deze studie is gericht op het toepassen van wiskunde in combinatie met kwantitatieve en informatietechnologische methoden om bedrijfsprocessen te verbeteren. Tijdens de gratis toegankelijke BWI-middag geeft een aantal hoogleraren presentaties over actuele wiskundige toepassingen. Ook is er een forumdiscussie over het toepassen van computeralgebra in het wiskundeonderwijs. Een BWI-alumnus zal vertellen over haar ervaring in het bedrijfsleven. We sluiten de middag af met een borrel met tapas, waarbij u kunt napraten met de hoogleraren, BWI-studenten en -alumni, en collega's.

Programma

15.00u	Ontvangst met koffie en thee
15.15u	Lezing prof.dr. Ger Kool
15.45u	(Forum)discussie / Lezing prof.dr. Rob van der Mei
16.30u	Koffiepauze
16.45u	Alumnus: Een BWI-er in de praktijk
17.15u	Afsluiting: borrel

Binnenkort kunt u een gedetailleerd programmaoverzicht raadplegen op *www.math.vu.nl/bwi/bwimiddag*.

Aanmelden?

Aanmelden voor de gratis BWI-middag kan via het aanmeldingsformulier op *www.math.vu.nl/bwi/bwimiddag*.

Jaarvergadering/ studiedag 2005

[Marianne Lambriex]



Agenda

9:30–10:00u	Aankomst, koffie/thee
10:00–10:50u	Huishoudelijk gedeelte, met o.a. de jaarvergadering. De agenda wordt gepubliceerd in het volgende nummer van Euclides. In tegenstelling tot de voorgaande jaren wordt de *rondvraag* vóór de studiedag gehouden. Leden die tijdens de rondvraag een vraag willen stellen, wordt verzocht deze voor de vergadering in te dienen bij de secretaris (*w.kuipers@nvvw.nl*).
10:50–15:40u	Themagedeelte Studiedag: *Wiskunde, een vak apart?* Zie verderop voor een beschrijving van de onderdelen van de studiedag.
10:50–11:00u	Inleiding op de studiedag.
11:00–11:45u	Plenaire lezing door Kees Hooyman: 'Wiskunde, een vak apart?! Hoe leren onze leerlingen?'
11:45-11:50u	Lancering nieuwe website NVvW
11:55–12:10u	Markt/koffie/thee
12:10–13:10u	Werkgroepen, ronde I
13:10–14:25u	Lunch en markt
14:00-14:25u	Discussie met het bestuur over de actualiteit
14:25–15:25u	Werkgroepen, ronde II
15:25–15:40u	Markt/koffie/thee
15:40–16:00u	Plenaire ludieke afsluiting
16:00–16:05u	Sluiting door de voorzitter

5 november, nieuwe locatie!

Dit is de tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2005 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 5 november 2005, een dag georganiseerd door en voor wiskundedocenten. Aanvang 10:00 uur, sluiting ca. 16:00 uur.
Omdat bijna elke school in de omgeving van Utrecht in de steigers staat, vindt deze studiedag plaats in alweer een nieuwe locatie in Nieuwegein, en wel in het gebouw van het Anna van Rijn College, Harmonielaan 1, 3438 ED Nieuwegein, telefoon 030-6045344; zie ook www.annavanrijn.nl.
Het Anna van Rijn College is met het openbaar vervoer goed bereikbaar (ca. 400 m van een halte van de sneltram) en er is voldoende parkeergelegenheid rond de school.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden. *Leden: maak eens reclame voor de vereniging en breng een collega-niet-lid mee!*
Niet-leden zijn welkom tegen betaling van een bijdrage in de kosten van € 47,50. Deze kosten kan de school betalen uit de nascholingsgelden. Hiermee zijn zij, als ze daarvoor belangstelling hebben, tevens gratis lid van de NVvW tot 1 augustus 2006, inclusief alle faciliteiten, waaronder de 8 nummers van de lopende jaargang van Euclides, gratis toegang tot regionale studiebijeenkomsten en examenbesprekingen in het voorjaar en mogelijkheid tot deelname aan de verenigingswerkgroepen. Ook studenten zijn welkom, zij betalen € 15,00. Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor € 8,00.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden vóór 13 oktober 2006.
Leden die geen lunch bestellen, sturen een briefkaart aan:
F.J. Osseweijer
Lindelaan 79
3319 XJ Dordrecht
telelefoon: 078 6160576
Alle anderen maken het voor hen geldende bedrag over op giro 4470718 ten name van NVvW te Dordrecht. Betaalt u via een gezamenlijke of schoolrekening of via girotel (*www.mijnpostbank.nl*), vermeld dan ook uw volledige deelnemersnaam, adres en woonplaats. Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	zonder lunch	met lunch
lid	briefkaart	€ 8,00
niet-lid	€ 47,50	€ 55,50
student (niet-lid)	€ 15,00	€ 23,00

U wordt tevens verzocht, op de briefkaart of bij uw betaling, duidelijk aan te geven aan welke werkgroepen u wenst deel te nemen. Omdat niet alle combinaties gerealiseerd kunnen worden, verzoeken wij u voor de twee rondes *tenminste drie werkgroepen te kiezen* waarin de volgorde uw prioriteit 1, 2 en 3 aangeeft. U noteert de nummers van deze werkgroepen dan bijvoorbeeld als volgt: D4-P1-A12. De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding. Deze wordt niet bevestigd; aan het begin van de studiedag ontvangt u een badge met uw plaatsingsgegevens. Ter plaatse aanmelden is mogelijk, echter niet wenselijk omdat bij onvoldoende voorinschrijving van een werkgroep deze niet zal doorgaan. De werkgroepleiders stellen hun tijd en inzet gratis ter beschikking en het is dan teleurstellend om

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

voor twee personen een lange trip te moeten maken. Voor de organisatie is het van belang dat u zich op tijd aanmeldt. Wilt u toch op de dag zelf aanmelden, dan betaalt u € 20,00 extra en is het kunnen bijwonen van een werkgroep afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum. Bijvoorbeeld: D4-P1-A12/PT/11-01-1956.
U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45u) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Marianne Lambriex, tel. 0497-517781 (na 18:00u), *m.lambriex@nvvw.nl*.
Bij onbereikbaarheid én noodgeval Wim Kuipers, tel. 038-4447017, *w.kuipers@nvvw.nl*.

THEMA

Wiskunde, een vak apart?!

Dat het vak wiskunde onder druk staat is intussen bijna iedereen wel opgevallen. Van vmbo tot hbo worden wiskundeleraren gedwongen aan te geven waarom hun vak belangrijk is. En dat is best moeilijk. Lukt hun dat niet, dan wordt wiskunde opgenomen in de beroepsvakken; lukt het wel, dan wordt wiskunde een apart leergebied. Een leergebied apart, en omdat dat leergebied maar één vak bevat eigenlijk een vak apart.
Een vak apart of een apart vak? De NVvW is ertegen dat wiskunde in de Tweede fase hetzelfde behandeld wordt als alle andere vakken, met evenveel lesuren en evenveel contacttijd, want wiskunde kun je niet zelfstandig thuis doen. Dus daar een vak apart. Maar wiskunde is ook een essentieel bestanddeel van de beroepsvakken van laag tot hoog en daardoor dus een deel van het geheel aan te leren vaardigheden en daarom weer niet apart. Misschien vinden we het als wiskundedocenten wel fijn dat we apart zijn, maar in dit tijdsbeeld werkt dit eerder tegen ons dan voor ons. Het imago van wiskunde is nog steeds heel slecht. De wiskundesecties in de nieuwe scholen hebben het heel zwaar, vinden het moeilijk wiskunde in projecten en modules aan te bieden en toch een leerlijn te behouden. Zijn we apart of niet? Blijven we apart of niet?
Vandaar het thema van de studiedag, in de hoop dat we wat kunnen bieden dat voor u richting aan uw denken over het vak kan geven.

Plenaire lezing: Hoe leren onze leerlingen?

Kees Hooyman
Veel van onze leerlingen vinden wiskunde een lastig vak, en dat wordt voor een belangrijk deel veroorzaakt door het abstracte gehalte van wiskunde. Leerlingen worstelen vaak tussen het kunnen toepassen van wiskundige technieken en het begrijpen van de betekenis of werking van die technieken.
Als docent staan we voor een dubbele taak. We moeten niet alleen zorgen dat de leerlingen voldoende wiskundige vaardigheden hebben om de (examen)opgaven te kunnen maken, maar we willen ook iets van het wiskundig begrip achter de vaardigheden en een stukje 'liefde voor het vak' overbrengen. Voor beide taken is het van belang te weten hoe onze leerlingen leren, maar kennen we onze leerlingen wel goed genoeg?
Op het St. Bonifatiuscollege in Utrecht is, in samenwerking met de Universiteit Utrecht, bij het vak natuurkunde gekozen voor een aanpak waarbij uitdagende problemen centraal staan in het leerproces. Dat levert niet alleen leuke en inspirerende lesactiviteiten op, het draagt ook bij aan een informele begripsontwikkeling waardoor de introductie van de formele theorie een kleinere stap is geworden. Veel leerlingen blijken baat te hebben bij een dergelijke aanpak, wat zich laat zien in een toegenomen zelfvertrouwen bij leerlingen en relatief weinig onvoldoendes.
Zou het mogelijk zijn om ook bij wiskunde voor een dergelijke aanpak te kiezen?

Over de spreker: Kees is natuurkundedocent op het St. Bonifatiuscollege met een gedegen wiskundeachtergrond. Zo was hij jarenlang verbonden aan de vakgroep wiskunde van de lerarenopleiding in de Hogeschool van Utrecht; hij gaf daar les in de eerstegraadsopleiding. Hij is erg actief in het natuurkundeonderwijs en heeft een tamelijk uitgesproken mening over het fenomeen leren.

WERKGROEPEN

P1. Discussie met de plenaire spreker

Een plenair verhaal roept nogal eens vragen op. Kees Hooyman zal daar met plezier op ingaan en hij zal zeker niet nalaten om ook verdere discussie uit te lokken en aan te gaan.

SUBTHEMA A

Apart van de rest of (beter) op elkaar afgestemd?

Bovenbouw avo: afstemming binnen de profielen

A1. SALVO: afstemming wiskunde-natuurwetenschappen

Ad Mooldijk en Kees Rijke
SALVO is de opvolger van SONaTe. Binnen dit project wordt samen met twee scholen gepoogd om wiskunde en de natuurwetenschappen beter op elkaar af te stemmen. Voor

4-vwo zijn materialen ontwikkeld en getest in de schoolpraktijk. Vanuit de ervaringen met het materiaal wordt nu ook gewerkt aan verbetering van de samenhang in de onderbouw. Ervaringen en materialen worden gepresenteerd.

A2. Advies van de Profielcommissies

Wim Kleijne

Op 1 juni 2005 is het kortetermijnadvies van de profielcommissies aan de minister aangeboden. In dit advies wordt onder andere ingegaan op de wiskunde in de bovenbouw van het havo en het vwo per 2007. Opvallend is dat het gaat om een advies van *beide* profielcommissies (zowel van de commissie voor de N- als van die voor de M-profielen). Dit benadrukt onder andere de samenhang die de profielcommissies voor ogen hebben bij de vormgeving van de profielen per 2007. In de presentatie zal ingegaan worden op de achtergronden, de 'filosofie' van de adviezen zoals die voor wiskunde zijn verwoord en op de gevolgen voor de vormgeving van de curricula voor de verschillende wiskundevakken. Zowel de interne samenhang binnen de wiskundevakken als de samenhang met het geheel van de profielen en de profielvakken zal aan de orde worden gesteld. In dit opzicht is met name de wiskunde binnen de profielen als 'een vak apart' te kenschetsen. Vooral de praktische kant van het dagelijkse werk van de wiskundedocent als uitvloeisel van de advisering zal uitgangspunt zijn van de presentatie.

A3. Samenhang wiskunde en natuurkunde

De SLO draait een project over samenhang wiskunde en natuurkunde in de tweede fase. Graag willen docenten iets laten zien van hun ervaring binnen dit project. Een werkgroep die de actualiteit van een onderwerp als samenhang in de praktijk zichtbaar wil maken.

A4. GPS-satellieten, een avontuur in de ruimte!

Bert Kruijer, winnaar Wiskunde Scholen Prijs 2005

In deze tijd van Global Positioning en Tomtom-navigatie is de aanwezigheid van satellieten rond de aardbol voor ons vanzelfsprekend. Dat er voor een nauwkeurige positiebepaling voortdurend minstens vier satellieten 'in beeld' zijn, is een eis waaraan zo'n satellietstelsel in elk geval moet voldoen. Vragen die we opwerpen, en die deels met elkaar in conflict zijn: hoe maak ik een dekkend stelsel, niet te duur, waarin botsingen worden vermeden, hoe belangrijk is de omlooptijd, en wat is de rol van de gravitatie? De ruimtelijke simulatie biedt de mogelijkheid een redelijke oplossing te vinden, bovendien wordt de rekenkracht van de computer benut voor een aantal zelftests, waardoor deelnemers feedback krijgen op het ontworpen model. Een uitdagende sprong in het heelal, voor leerling en docent!

A5. Interactieve wiskunde voor bovenbouw havo-vwo

Frits Spijkers, Johan Gademan

Stichting Math4All heeft samen met Technische Universiteit Eindhoven en Pragma POD BV te Hasselt een consortium opgericht om een interactieve innovatieve wiskundemethode voor bovenbouw havo-vwo te ontwikkelen. De eerste resultaten hiervan kunt u bekijken in deze workshop. U kunt dit lesmateriaal na de studiedag direct met uw leerlingen in de klas gaan uitproberen. Deze workshop is vooral bedoeld voor docenten die vernieuwend werken of willen gaan werken.

A6. 5000 jaar wiskunde

Michel van Ast, Tom Merkx

Stichting Math4All denkt dat het leuk en nuttig is om geregeld aandacht te besteden aan 'geschiedenis van de wiskunde'. In deze workshop kunnen docenten terecht voor gratis materiaal, tips en tools om samen met hun leerlingen op een leuke en zelfs spannende wijze met wiskunde bezig te zijn. Via *www.math4all.nl* gaat u zelf aan de slag met dit (speelse) lesmateriaal. Deze workshop is vooral bedoeld voor docenten die lesmateriaal over 'geschiedenis van de wiskunde' in hun onderwijs willen inpassen. En dat kan zowel in de onderbouw als in de bovenbouw.

A7. Examenprogramma's havo/vwo vanaf 2007

Wiskunde is ook een vak apart als het gaat om de inpassing in de aanpassing tweede fase die per 2007 ingaat. Hoe de zaken er op 5 november voor staan is nu nog niet duidelijk, maar dat er stof genoeg zal zijn voor informatie en voor discussie is op voorhand zeker. In deze werkgroep wordt de dan actuele stand van zaken breed uitgemeten en krijgt u ook zeker de gelegenheid uw zegje te doen!

A8. Samenhang, op zoek naar een vervolg

Frank van den Heuvel

In deze werkgroep doe ik verslag van het experiment dat wij op school gehouden hebben om leerlingen te confronteren met de wiskundige samenhang tussen de (exacte) vakken. Aan de hand van de conclusies wil ik met de deelnemers op zoek naar de betekenis van dit alles. Het zou mooi zijn als er een gezamenlijk idee ontstaat over hoe we hiermee verder kunnen.

Onderbouw avo: vernieuwing basisvorming

Scholen waarin 'het nieuwe leren' gestalte krijgt, maar ook uitgevers die vanuit de Taakgroep Vernieuwing Basisvorming gelegenheid kregen om binnen de verschillende scenario's te experimenteren, hebben te maken met wiskunde wel of niet apart. De volgende werkgroepen stellen deze problemen en mogelijke aanpakken centraal.

A9. Slash voor gevorderden

Al eerder mochten we iets horen van Slash 21. De progressie in de ontwikkelingen hebben ook Slash niet ongemoeid gelaten. In de workshop willen we graag onze voortschrijdende inzichten met u delen en wellicht zal het inspireren tot een eigen schoolaanpak.

A10. Matrix, een proef op Gregorius in Utrecht

Corine van den Boer

Tijdens de werkgroep wordt vanuit de praktijk zichtbaar gemaakt hoe een methode een bijdrage kan leveren aan het inspelen op de ontwikkelingen in de onderbouw. De aparte positie van het vak wiskunde binnen de invulling van de scenario's vraagt om een uitdagende en adequate aanpak. Vanuit de praktijk van een experimenteerschool wordt een en ander toegelicht.

A11. De buurt in kaart

José Kleinluchtenbeld e.a. (Staring College Borculo)

Hoe u met een vakoverstijgend project voor het leergebied Wiskunde vorm kunt geven aan de nieuwe onderbouw. Ervaringen met een experiment in het kader van de vernieuwde basisvorming van Getal en Ruimte.

A12. Wiskunde, de moeite waard!

Saskia Oortwijn

Havo/vwo-leerlingen hebben recht op uitdagend wiskundeonderwijs. Dat moet in de nieuwe onderbouw vormgegeven worden. De Wageningse Methode doet dat onder andere met ict-pakketjes die eenvoudig in een elo (elektronische leeromgeving) kunnen worden ingehangen. In deze werkgroep kunt u hiermee kennismaken.

A13. Projecten voor het vmbo

Adri Knop, Anja Moeijes

Op het Oscar Romero locatie Tabor zijn projecten ontwikkeld die een deel van de lesstof van Moderne Wiskunde vervangen. In deze werkgroep wordt aan de hand van het vakoverstijgende project 'Sweet dreams' getoond welke aspecten een rol spelen bij het zelf ontwikkelen van nieuw lesmateriaal. In het project Sweet Dreams mogen leerlingen hun eigen slaapkamer inrichten, waarbij onder andere de indeling van de ruimte, kosten van de inrichting en grootte van de kamer aan de orde komen. Daarnaast geven de werkgroepleiders een korte blik op de rijke verzameling aan projecten en wordt ingegaan op de vraag hoe je deze op een succesvolle wijze naast de methode kunt gebruiken.

A14. Webkwesties voor wiskunde vmbo

Elma Mols

Op het Meridiaan College vestiging Het Stromenland worden opdrachten ontwikkeld die dicht bij de belevingswereld of interesse van de leerlingen staan. Naast de methode Netwerk zijn de leerlingen tijdens deze opdrachten bijvoorbeeld bezig met het inrichten van een kamer, het zoeken naar weertabellen op internet of ze volgen de ontwikkeling van een griepepidemie. Deze opdrachten zijn in de vorm van Webkwesties op het internet geplaatst. Een Webkwestie is een onderzoeksgerichte opdracht waarbij de informatie vaak voor een flink deel afkomstig is uit bronnen op het internet. Tijdens deze Werkgroep kunt u zelf achter de computer aan de slag met de Webkwesties. Er zal ook worden ingaan op het gebruik in de klas.

SUBTHEMA B

Wat maakt wiskunde zo apart?

Doelen en didactiek van wiskundeonderwijs, in het Manifest van de NVvW al aangekaart en zeker de moeite waard om eens uitgebreider in beeld te brengen.

B1. Redeneren en bewijzen, geen vak apart!

Aad Goddijn

Is een berekening een bewijs? Hoe bewijs je dat een twintigvlak bestaat? Waarom zie je geen slingers in de grafiek van sin(log(x))? Bestaat er een abcd-formule en een abcde-formule? Hoe bepaal je het aantal cijfers van 9 tot de 9 tot de 9e? Vragen van en aan leerlingen op het Junior College. Nee, die zien bewijzen niet als een vak apart…

Het Junior College is een mini-schooltje dat twee dagen in de week bestaat. Vwo-leerlingen uit Utrecht en omstreken doen er hun bètavakken samen. In deze werkgroep ervaringen uit de eerste 14 maanden dat de school bestaat.

B2. Switchen van concreet naar abstract en weer terug!

Anne van Streun

Wiskunde 'in de maak', daar zijn we in het schoolvak wiskunde mee bezig. Het gaat niet alleen om het verwerven van kennis uit een vakgebied, maar ook om het proces van kennis produceren/construeren. Daarbij pendelen we in de schoolwiskunde heen en weer tussen concrete objecten/methoden en abstracties. Tussen context en concept, zoals de nieuwe slogan is. Hoe realiseer je dat in de klas? Welke rol speelt het leren oplossen van problemen? Wanneer laat je het boek links liggen? In de werkgroep gaan we met die vragen exemplarisch en heuristisch aan de slag.

SUBTHEMA C

De beroepskolom: competentiegericht onderwijs

Competenties laten zich in de praktijk moeilijk associëren met aparte vakken. Help?! Wat moeten we met wiskunde als apart vak? Dat geldt zeker voor de hele beroepskolom (vmbo-mbo-hbo). En, wie weet, op termijn ook voor het avo-onderwijs!

C1. Gecijferdheid

Kees Hoogland

Kees verdiept zich al geruime tijd in de weerbarstigheid van dit onderwerp. Juist voor de onderbouw vmbo is de aandacht voor dit onderwerp van belang. Tijdens de werkgroep zal

aan de orde komen hoe vorm gegeven kan worden aan de wijze waarop we aandacht geven aan het rekenen van alledag en het zich bewust worden van het belang van getallen.

C2. Let's play darts

Dion Oolthuis, winnaar Wiskunde Scholen Prijs 2005

De lessenserie 'Let's play darts' is een uitwerking volgens de principes van het samenwerkend leren. Samenwerkend leren, ook wel krachtig leren of coöperatief leren genoemd, is een vorm van ontwikkelingsgericht leren gestoeld op de gedachte dat het leren van individuen krachtiger is door regelmatig met elkaar te overleggen en elkaars expertise te benutten. Die samenwerking gaat niet vanzelf, maar hangt mede af van de leeromgeving die de docent realiseert.
Bij 'Let's play darts' is het doel van de opdracht de organisatie van een darttoernooi in de klas. Voor het zover is, werken de leerlingen in groepen aan opdrachten als het spelsysteem, de puntentelling, het wedstrijdschema en het scoreformulier. Dit alles, samen met aanvullende opdrachten, vormt de basis voor het werkstuk. De echte toets is natuurlijk het darttoernooi zelf. Een activiteit die je wel op een sportdag, maar minder snel in de wiskundeles verwacht!

C3. Examens vmbo nakijken

Irene Dalm

Regelmatig vragen docenten zich af wat nu de juiste interpretatie moet zijn van een aantal eindtermen. Voorheen konden we terugvallen op een uitgebreide syllabus, maar deze ontbreekt bij de huidige eindtermen. In deze werkgroep zal Irene ons door het veld van vragen heen leiden en zicht geven op de werkelijkheid van de eindtermen.

C4. Is wiskunde in competentiegericht onderwijs een vak apart?

Hans Winsemius

In het mbo rukken competenties op. Na het probleemgestuurd onderwijs (PGO) doet nu het competentiegericht opleiden (CGO) zijn intrede. De diverse kwalificatiedossiers laten alleen competentiebeschrijvingen zien waarin omschrijvingen staan van wat iemand als beginnend beroepsbeoefenaar moet kunnen. In de workshop gaan we op zoek naar het antwoord op de vraag of in CGO geldt: 'Wiskunde, een vak apart...?'

C5. Vakbekwaamheid van een wiskundedocent in een competentiegerichte lerarenopleiding

Dédé de Haan

De ontwikkeling van het competentiegericht opleiden en het gebruik van portfolio's daarbij is in volle gang: op de werkvloer wordt door aankomende wiskundedocenten aan leerzame activiteiten gewerkt. Zij moeten aan de hand hiervan laten zien in welke mate zij hun docentcompetenties ontwikkelen.
In deze workshop gaan we bezien welk soort leerzame activiteiten ingezet kan worden bij het ontwikkelen of aantonen van de vakinhoudelijke en didactische competentie Wiskunde; welke criteria gelden bij het formuleren van deze activiteiten; welke onderdelen uit de kennisbasis Wiskunde goed/minder goed ontwikkeld/aangetoond kunnen worden met een dergelijke aanpak. Wordt een toekomstige wiskundedocent nog wel voldoende voorbereid op het geven van wiskunde? Hoe apart is onze soort eigenlijk?

SUBTHEMA D

Wiskunde en ICT

Het aparte van wiskunde leren is ook dat je gebruik kunt maken van ICT-middelen. Daarin wordt steeds meer wiskunde onzichtbaar verborgen, dus het lijkt alsof je steeds minder wiskunde hoeft te leren, tenminste niet meer op de vertrouwde manier. Wat betekent dat voor het onderwijs? En voor de examinering?

D1. Wiskunde, ict en internet

Peter van Wijk

Meer en meer wordt een leerling uitgenodigd om met behulp van internet zich de bronnen te verschaffen om zo te komen tot een oplossing van een gesteld probleem. De vraag is of het altijd effectief is en of het bijdraagt aan het verwerven van kennis en vaardigheid. In deze werkgroep zullen voorbeelden worden gepresenteerd van zinvol gebruik van internet bij het wiskundeonderwijs.

D2. Wiskundelessen met TI Interactive

Hans Dompeling, Nelly Michon, Epi van Winsen

De inrichting van de Tweede fase is onder andere bedoeld om het inzicht van de leerlingen te vergroten. Computeralgebra kunnen we gebruiken om hier goed op in te spelen. Tijdrovende klussen zoals het tekenen van grafieken, standaardberekeningen etc. kunnen we rustig aan TI Interactive overlaten, waardoor we het inzicht van de leerlingen kunnen vergroten. Voor de betere leerling komt er tijd vrij voor wat 'leuke' opdrachten.

D3. Wiskunde-examens met de computer

Jouke Kramer en anderen

In 2005 is op 11 scholen voor het eerst een volledig computerexamen wiskunde afgenomen in vmbo BB. Het is de bedoeling dat vanaf 2007 alle scholen het examen vmbo BB per computer afnemen. In deze werkgroep vertellen docenten van hun ervaringen: wat ging er goed en wat mag nog wel verbeterd worden.

D4. Geocadabra

Ton Lecluse

Een uitdaging voor docenten vmbo.
We beginnen met vooraf geprepareerde uitslagen/bouwplaten van wiskundige objecten, die men uitknipt en vouwt en plakt tot leuke objecten. Deze exploreren we dan waarna we gaan bekijken hoe je met Geocadabra zo'n model kunt bouwen en de uitslagen kunt maken en printen.

Puzzel 811
Betegelingen en partities

Stel we hebben 36 vierkante tegels in verschillende kleuren: 8 paarse, 7 gele, 2 blauwe, 5 rode, 7 groene en 7 oranje. We willen die in een vierkant van 6 bij 6 zó aan elkaar leggen dat een 'correcte' betegeling ontstaat; dat wil zeggen een betegeling waarbij nergens twee tegels van dezelfde kleur elkaar raken, zelfs niet met een hoekpunt. In figuur 1 ziet u dat het kan. De kleuren zijn hier voorgesteld door hun eerste letter, behalve de kleur geel, die is door Y aangeduid. Merk op dat deze betegeling correct blijft als de twee blauwe tegels rood zouden zijn. De eerstgenoemde verdeling van de kleuren is als het ware een verfijning van de tweede.

Deze vraagstelling is geïnspireerd door kinderspeelgoed bestaande uit 36 schuimplastic tegels van zo'n 15 bij 15 cm die voorzien zijn van de 26 letters van ons alfabet en de tien cijfers. Als je de tegels 'op volgorde' legt in een vierkant van 6 bij 6, zie je hier en daar een rijtje van drie tegels van eenzelfde kleur. Natuurlijk wil je dan weten of dat ook anders kan.

P	Y	G	O	R	P
O	R	P	Y	G	O
Y	G	O	B	P	Y
R	P	Y	G	O	R
G	O	B	P	Y	G
P	Y	G	O	R	P

FIGUUR 1

We gaan nu dit puzzeltje generaliseren. Gegeven zijn $n\times m$ tegels in diverse kleuren. Het aantal tegels van iedere kleur wordt vastgesteld door een partitie P van het getal $n\times m$. Gevraagd wordt een rechthoek van n bij m met deze tegels van een correcte betegeling te voorzien. U denkt nu misschien: 'Kom maar op met die partitie', maar het is de bedoeling dat u in de opgave zelf de partities bepaalt waarvoor er correcte betegelingen bestaan van de gegeven rechthoeken.

Opgave

Bepaal voor de volgende rechthoeken de partities waarvoor een correcte betegeling bestaat: 3×4, 3×5, 4×4, 3×6 en 4×5.

Als een partitie aan de eis voldoet, voldoen zijn verfijningen er natuurlijk ook aan. Die hoeft u dan niet te vermelden, alleen de grofste partities zijn interessant. Een bijbehorende betegeling hoeft u alleen te vermelden als u vermoedt dat ik hem niet ken. Voor het geval 3×3 zou dat er bijvoorbeeld als volgt uit kunnen zien:
- 4221 *aba/cdc/aba*,
- 3321 *aba/cdc/bab*.

Zelfs in dit eenvoudige geval zijn er dus al twee partities (afgezien van de verfijningen) waar een correcte betegeling bij behoort. Ter voorkoming van een misverstand: de grofste partities die bij een rechthoek behoren, hoeven niet evenveel termen te bevatten. Zo behoren bij het vierkant van 6 bij 6 onder andere de partities 666666 en 9999.

Oplossingen kunt u mailen naar *a.gobel@wxs.nl* of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing.
De deadline is 10 oktober 2005.

Prijzen

Ook dit jaar wordt twee keer een ladderprijs uitgedeeld, in de vorm van een boekenbon van € 30,00. Dat gebeurt op grond van de ladderstanden na de puzzels van december en juni. Verder is er een kerstprijs van € 30,00 voor de beste inzending van de decemberpuzzel, en tegen het eind van het seizoen worden er onder de trouwe inzenders twee prijsjes van € 20,00 en € 15,00 verloot.

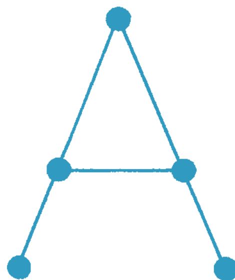
Oplossing 'Tweelingen in Grafenland'

Er waren tien oplossers; aan vijf daarvan kon het maximum van 20 punten worden toegekend.

Opgave 1 ('Zijn er eigenlijk niet-samenhangende tweelingen?') leidde tot sterk uiteenlopende inzendingen. Het juiste antwoord is 'Nee'. Een van de mogelijke redeneringen is als volgt.
Laat G een niet-samenhangende graaf zijn. Als de punten P en Q tot verschillende componenten van G behoren, zijn P en Q in het complement buren. Als P en Q tot eenzelfde component van G behoren, neem dan een punt R in een andere component. Nu zijn P en Q in het complement verbonden via het punt R. Conclusie: als G niet-samenhangend is, dan is het complement het juist wél; dus alle tweelingen zijn samenhangend.

nemen van het complement. Dat kan dus niet.
In feite is het zo dat de graaf geïnduceerd door een stel identificeerbare punten ook zelf-complementair moet zijn.
Zo is dan meteen te zien dat bij (3,3,3,4,4,4,5,5,5) geen tweeling hoort: op drie punten bestaat geen tweeling.
Alle oplossingen verliepen ongeveer op deze manier.
Leo van den Raadt wekte mijn verbazing door aan zijn oplossing toe te voegen: 'Het eenvoudigste antwoord: {2,2,2,3,4,5,5,5} komt niet voor bij de mogelijke 10 tweelingen. Hieronder staan de tien tweelingen afgebeeld.'
En daar stonden ze!

In de tekst van Recreatie 807 komen twee getallen voor (1646 en 20) waarvan u zich wellicht heeft afgevraagd waar die vandaan komen. Welnu, die heb ik gehaald uit *An Atlas of Graphs* door R.C. Read en R.J. Wilson (Oxford Science Publications 1998, ISBN 0 19 853289 X).



FIGUUR 2

Sommige inzenders, zoals Wim van den Camp, deden het heel anders door te laten zien dat de graadrij van een niet-samenhangende graaf niet zelf-complementair kan zijn.

In figuur 2 ziet u het antwoord op opgave 2. Niemand had hier problemen mee.

In de eerste graadrij uit opgave 3: (2,2,2,3,4,5,5,5) zien we de getallen 3 en 4. Omdat deze getallen ieder eenmaal voorkomen, zijn de bijbehorende punten A en B te identificeren. In het complement hebben A en B graad 4 respectievelijk 3. Wil de graaf zelf-complementair zijn, dan moet de lijn AB in beide grafen voorkomen (of ontbreken). Maar hij verdwijnt (of verschijnt) bij het

De top van de ladder:
L. de Rooij 326
L. van den Raadt 271
J. Meerhof 244
W. Doyer 242
T. Kool 197
W. van den Camp 171
H.J. Brascamp 120

Zie verder ook *www.nvvw.nl/euclladder.html*.

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (*redactie-euclides@nvvw.nl*).
Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de komende jaargang. Achter de verschijningsdata is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen (en van de *eind*-versies van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook *www.nvvw.nl/euclricht.html*).

nr	verschijnt	deadline
2	20 oktober 2005	6 september 2005
3	8 december 2005	25 oktober 2005
4	2 februari 2006	6 december 2005
5	2 maart 2006	17 januari 2006
6	13 april 2006	28 februari 2006
7	26 mei 2006	4 april 20006
8	22 juni 2006	9 mei 2006

do. 15 t/m za. 17 september, Utrecht
Symposium Freudenthal 100
Organisatie Freudenthal Instituut

vrijdag 23 september, RU Nijmegen
Wiskundetoernooi voor scholieren
Organisatie Faculteit NWI

ma. 3 oktober t/m vr. 7 oktober
Nationale Onderwijs Week

woensdag 5 oktober
Dag van de leraar 2005
Organisatie Stichting SBL
Zie ook pag. 033 in dit nummer.

vrijdag 7 oktober, VU Amsterdam
BWI-middag (bedrijfswiskunde en informatica)
Organisatie Faculteit der Exacte Wetenschappen
Zie ook pag. 040 in dit nummer.

wo. 19 t/m wo. 26 oktober
WetenWeek 2005
Organisatie NEMO

zaterdag 5 november, Nieuwegein
Jaarvergadering/Studiedag NVvW
Zie ook pag. 041 e.v. in dit nummer.

donderdag 17 november, Utrecht
Conferentie taalgericht reken- en wiskundeonderwijs
Organisatie APS en Freudenthal Instituut

vrijdag 25 november, op de scholen
A-lympiade en B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

Voor nascholing zie ook
www.nvvw.nl/nascholing.html

Voor overige internet-adressen zie
www.nvvw.nl/Agenda2.html

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

Publicaties van de
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren



* *Zebra-boekjes*

1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde

* *Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo*
Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* *Wisforta* - wiskunde, formules en tabellen
Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

* *Honderd jaar Wiskundeonderwijs*, lustrumboek van de NVvW.
Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (*www.nvvw.nl/lustrumboek2.html*).

Voor overige NVvW-publicaties zie de website:
www.nvvw.nl/Publicaties2.html